



D. HADDAD

Contrôle de position et de vitesse à l'échelle nanométrique dans la balance du watt du LNE

Position and velocity control at the nanometric scale in the LNE watt balance

Darine HADDAD¹, Luc CHASSAGNE¹, Patrick JUNCAR², Suat TOPÇU¹,
Marwan WAKIM³ et Yasser ALAYLI¹

¹ Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes de Versailles (LISV), Université de Versailles - Saint Quentin, 45 avenue des États-Unis, 78035 Versailles Cedex, France, luc.chassagne@ens-phys.uvsq.fr.

² Institut National de Métrologie, Conservatoire national des arts et métiers, 61 rue du Landy, 93210 La Plaine Saint Denis, France.

³ Laboratoire national de métrologie et d'essais, 1 rue Gaston Boissier, 75015 Paris, France.

Résumé

Nous présentons une nouvelle méthode de contrôle de position et de vitesse d'une masse en mouvement avec une exactitude nanométrique sur une course de 80 mm. Pour la vitesse, l'objectif fixé est d'obtenir une instabilité inférieure à 10^{-9} en valeur relative. L'application essentielle est la balance du watt du Laboratoire national de métrologie et d'essais (LNE).

Une méthode originale a été développée et mise en œuvre, basée sur l'utilisation d'un interféromètre de Michelson hétérodyne et d'une électronique haute fréquence. Le système interférométrique est associé à un système mécanique de translation double étage constitué d'un moteur linéaire et d'un actionneur piézo-électrique.

Des déplacements de 4,945 nm traçables au mètre sont contrôlés avec des répétabilités et des exactitudes de l'ordre du nanomètre. La méthode proposée permet une mesure absolue de vitesse en la raccordant à la constante fondamentale, la célérité de la lumière. Les résultats montrent qu'une incertitude relative sur la valeur de la vitesse de 10^{-9} peut être atteinte.

MOTS CLÉS : NANOPositionnement, INTERFÉROMÉTRIE HÉTÉRODYNE, CONTRÔLE ABSOLU DE VITESSE, BALANCE DU WATT.

Abstract

Authors present a novel method to control the position and the velocity of a moving mass with a nanometric accuracy on a translation range of 80 mm. For the velocity, the objective is to obtain an instability less than 10^{-9} in relative value. The essential application is the watt balance of the Laboratoire national de métrologie et d'essais (LNE).

A novel apparatus was developed and implemented, based on the use of both a heterodyne Michelson's interferometer and a home made electronic circuit. The interferometric system is associated to a mechanical system of double translation stages made up of a linear stage and a piezoelectric actuator.

Traceable displacements of 4,945 nm are controlled with repeatabilities and accuracies at the nanometer scale. The proposed method permits an absolute velocity measurement by linking it to the fundamental constant, the velocity of light. Results show that relative uncertainty of 10^{-9} on the velocity value can be reached.

KEY WORDS: NANOPositionning, HETERODYNE INTERFEROMETRY, ABSOLUTE VELOCITY CONTROL, WATT BALANCE.

1. Introduction

Dans le cadre du projet balance du watt du Laboratoire national de métrologie et d'essais (LNE), il est nécessaire de déplacer une bobine dans un champ magnétique sur une course de 80 mm avec une vitesse connue et constante à 10^{-9} près en valeur relative. Cette vitesse a été choisie à $2 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ et doit donc être connue et stable à $2 \text{ pm}\cdot\text{s}^{-1}$ (1σ) [1,2]. Dans le présent article, il sera démontré qu'un système de positionnement nanométrique à double étage est nécessaire pour répondre aux exigences demandées.

Le système développé et présenté dans cet article peut être également une solution intéressante pour d'autres

domaines d'application. D'une part, le positionnement à l'échelle du nanomètre devient une nécessité impérative. Aujourd'hui le champ d'application de la nanométrie est considérable et ne se limite pas à la métrologie dimensionnelle, même si celle-ci est, à présent la plus directement sollicitée [3]. D'autre part, des applications en physique expérimentale qui nécessitent une vitesse uniforme peuvent être envisagées comme dans le cas d'un spectromètre Mössbauer [4,5].

2. Technique interférométrique de contrôle de position

2.1. Principe du contrôle de position

Un système interférométrique hétérodyne dont le laser est choisi à une fréquence recommandée par le Comité international des poids et de mesures (CIPM) pour définir le mètre. Ceci permet de se raccorder directement à la définition du mètre assurant ainsi la traçabilité des mesures effectuées à l'échelle nanométrique.

Lorsque le miroir mobile composant un interféromètre de Michelson hétérodyne en double passage se déplace d'une distance de $\lambda/4$, la différence de phase entre les faisceaux optiques de mesure et de référence varie de 2π . Le principe de notre méthode consiste à contrôler la différence de phase entre les deux faisceaux et donc la position du miroir mobile [6].

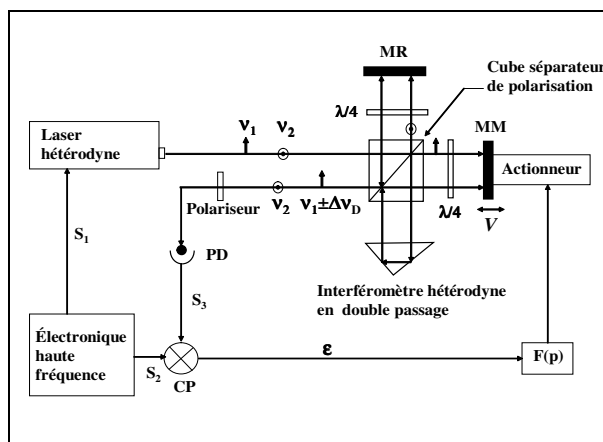


Fig. 1. – Principe de l'asservissement en position ; MR : miroir de référence, MM : miroir mobile, PD : photodétecteur, $\lambda/4$: lame quart-onde, CP : comparateur de phase, $F(p)$: électronique d'asservissement, V : vitesse de déplacement du miroir mobile, Δv_D : décalage Doppler dû au déplacement du miroir mobile à la vitesse constante V .

Le schéma de principe est donné par la figure 1. Le principe de l'interférométrie hétérodyne est : deux faisceaux, de fréquences ν_1 et ν_2 voisines de quelques mégahertz, polarisés linéairement et orthogonalement l'un par rapport à l'autre, sont séparés spatialement par un cube séparateur de polarisation. Le faisceau de mesure est réfléchi par le miroir mobile se déplaçant à vitesse constante V ; ce qui a pour effet de décaler sa fréquence de Δv_D par effet Doppler. À la sortie de l'interféromètre, les

deux faisceaux sont mélangés à l'aide d'un polariseur générant une figure d'interférence. La fréquence de battement entre les deux faisceaux, observée au niveau du photodétecteur (PD), constitue ainsi le signal de mesure S_3 .

Un circuit électronique haute fréquence développé au sein du laboratoire permet de générer deux signaux S_1 et S_2 synchronisés et de même fréquence [7]. Ce circuit a également la capacité de générer un décalage de phase sur l'un des signaux par rapport à l'autre. Le signal S_1 est envoyé vers l'oscillateur alimentant le modulateur acousto-optique qui permet la génération des deux faisceaux optiques de fréquences ν_1 et ν_2 nécessaires à l'interférométrie hétérodyne. Le signal S_2 est envoyé vers un comparateur de phase situé à la sortie de l'interféromètre, où il sera comparé au signal S_3 résultant de l'interférence des deux faisceaux optiques après passage dans l'interféromètre. Le signal S_3 contient l'information sur la position du miroir mobile. Le signal d'erreur ϵ résultant de la comparaison est envoyé vers un actionneur supportant le miroir mobile. Une boucle d'asservissement permet de contrôler la position du miroir en fonction du signal d'erreur ϵ .

Supposons que la boucle d'asservissement soit fermée. Si le miroir mobile vient à se déplacer à cause d'un élément perturbateur tel que par exemple une vibration mécanique, la phase du signal S_3 subit un décalage. Le signal d'erreur ϵ devient non nul et la boucle d'asservissement agit sur l'actionneur pour ramener le miroir à sa position initiale. Nous avons ainsi réalisé un asservissement en position du miroir mobile de l'interféromètre sur une référence de phase externe.

Supposons maintenant qu'une différence de phase $\Delta\phi$ entre les signaux S_1 et S_2 soit induite à la sortie de l'électronique haute fréquence telle que $\Delta\phi = \phi_{S1} - \phi_{S2}$ soit positive ou négative. Là encore, le signal ϵ devient non nul et la boucle d'asservissement agit sur l'actionneur de manière à compenser cette différence de phase en déplaçant le miroir mobile pour générer un décalage de phase Doppler égal à $\phi_{\text{Doppler}} = \pm\Delta\phi$. Comme il s'agit d'un interféromètre double passage, le déplacement Δx du miroir mobile qui correspond à $\Delta\phi$ est donné par la relation :

$$\Delta x = \frac{\lambda}{4 \times n} \times \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\lambda \times \Delta\phi}{8\pi \times n}, \quad (1)$$

avec n étant l'indice de réfraction de l'air.

Nous supposons par la suite que l'indice de réfraction vaut l'unité car la balance du watt est sous vide.

Il est possible avec l'électronique haute fréquence développée de quantifier $\Delta\phi$ tel que $\Delta\phi = 2\pi/N$, où N est un entier. Nous parlerons alors de sauts de phase. Le déplacement élémentaire est donné par :

$$\Delta p = \Delta x_{\min} = \frac{\lambda}{4 \times N}. \quad (2)$$

Les sauts de phase sont parfaitement connus et contrôlés et sont appliqués sur S_2 ou sur S_1 suivant le sens de déplacement désiré du miroir mobile.

2.2. Montage expérimental

Le schéma du montage expérimental pour la mise en œuvre du positionnement est représenté sur la figure 2. Les deux composantes du faisceau issu du laser hélium-néon ont pour longueur d'onde $\lambda_1 = 632,991\,528\text{ nm}$ et $\lambda_2 = 632,991\,501\text{ nm}$. Le laser a été étalonné par la méthode des battements optiques en utilisant une référence nationale. L'incertitude relative sur les longueurs d'onde à 1σ est de $1,6 \cdot 10^{-9}$.

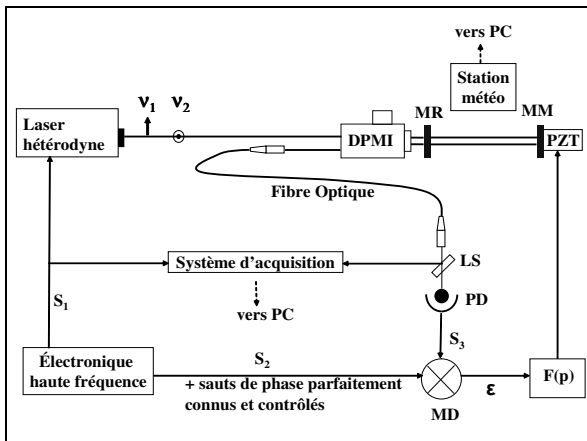


Fig. 2. – Montage expérimental de contrôle et de mesure de position ; MR : miroir de référence, MM : miroir mobile, PD : photodétecteur, MD : mélangeur à diodes, LS : lame séparatrice, $F(p)$: électronique d'asservissement, PZT : actionneur piézoélectrique, DPMI : *differential path Michelson interferometer*.

Le miroir mobile est monté sur un actionneur piézoélectrique. La course maximale est de $\pm 1,5\ \mu\text{m}$ pour une tension de $\pm 20\text{ V}$. À la sortie de l'interféromètre, le faisceau laser est divisé en deux par une lame séparatrice 50/50. Une partie du faisceau S_3 est envoyée vers le système d'acquisition. L'autre partie est comparée en phase grâce à un mélangeur à diodes avec le signal S_2 issu de l'électronique haute fréquence. Tous les signaux sont à 20 MHz , fréquence qui correspond à la fréquence hétérodyne de l'interféromètre utilisé, c.-à-d. à la différence entre ν_1 et ν_2 .

Le système d'acquisition mesure la différence de phase entre les deux signaux S_1 et S_3 et fournit l'information sur la position et la vitesse du miroir mobile. La résolution du système est de $0,309\text{ nm}$ ($\lambda/2\,048$). Elle est essentiellement limitée par le niveau de bruit électronique et par la méthode de mesure de phase [8].

Simultanément, une station météo composée d'un capteur de pression (digiquartz), d'une sonde de température (Pt100), d'un capteur d'humidité (Elcowa) et d'un capteur de CO_2 (Innova 1312 – Airtech Instruments) est mise en œuvre. Ces capteurs nous permettent de mesurer l'indice de réfraction de l'air en utilisant les

formules semi-empiriques d'Edlén [9,10] avec une incertitude type de $5 \cdot 10^{-8}$.

2.3. Sauts de position nanométriques

L'électronique haute fréquence telle qu'elle a été configurée permet d'effectuer des sauts de phase de $2\pi/32$ sur le signal S_2 (fig. 2) engendrant un déplacement minimum de $\lambda/(4 \times 32)$ soit $4,945\,246\,313\text{ nm}$. Comme l'incertitude relative sur la longueur d'onde est de $1,6 \cdot 10^{-9}$, l'incertitude intrinsèque sur la valeur du pas est de $8 \cdot 10^{-9}\text{ nm}$.

La figure 3 montre le déplacement du miroir mobile sur la totalité de la course possible de la céramique piézoélectrique qui est de $3\ \mu\text{m}$. La période de répétition des sauts de phase est constante, ce qui assure un déplacement linéaire. Durant cette mesure, les variations de température, de pression, d'humidité et du taux de CO_2 mesurées sont respectivement de $0,1\text{ }^\circ\text{C}$, 100 Pa , 1% , et 60 ppm . Ceci correspond à une variation de l'indice de réfraction de l'air de $17 \cdot 10^{-8}$, ce qui en fait un facteur d'erreur négligeable.

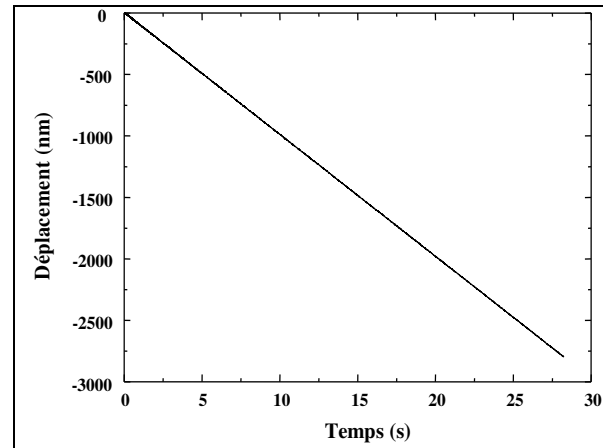


Fig. 3. – Mesure du déplacement sur la course de l'actionneur piézoélectrique.

Un agrandissement de la figure 3 montre clairement les pas nanométriques correspondant à chaque saut de phase exercé sur le signal S_2 (fig. 4).

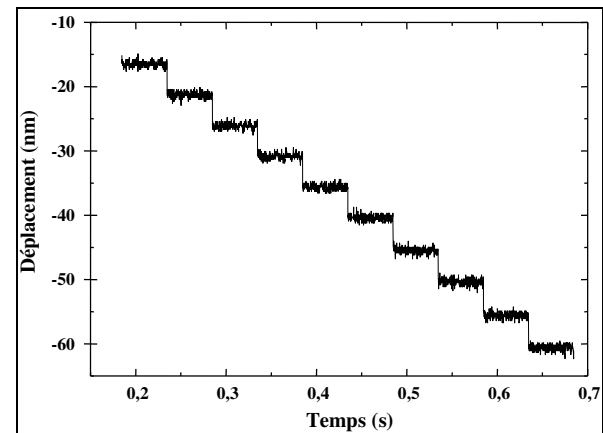


Fig. 4. – Mesure des sauts de position nanométriques.

Lorsque l'asservissement est optimisé, le niveau de bruit à 1σ sur chaque pas est de 0,22 nm. Le niveau de bruit sur chaque palier a également été vérifié en statique : le miroir est asservi sur une position fixe, aucun saut de phase n'étant effectué. Là aussi, on retrouve un niveau de bruit égal à 0,22 nm (1σ).

La courbe de la figure 5 illustre des sauts de position nanométriques lorsque le miroir mobile se déplace dans les deux sens. On peut observer la bonne conservation de la phase au moment du changement de sens. En effet l'asservissement est maintenu, le changement de sens ne se fait que par le choix d'effectuer les sauts de phase sur la voie S_1 ou la voie S_2 . On peut ainsi aisément passer de l'un à l'autre par un aiguillage des signaux de commandes qui sont complètement indépendants de l'électronique d'asservissement.

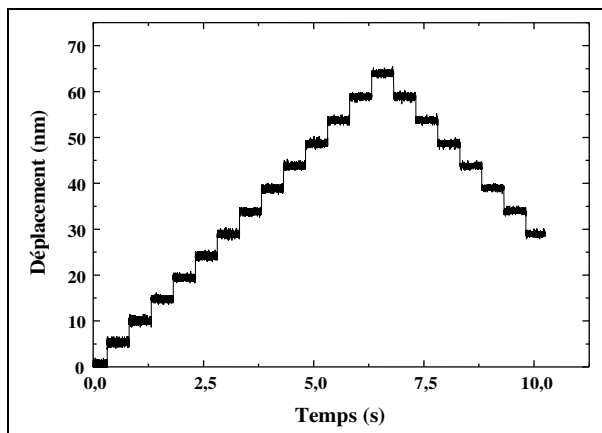


Fig. 5. – Mesure aller-retour des pas de position nanométrique.

On peut remarquer aussi que la non-linéarité due à l'hystérésis de l'actionneur piézoélectrique est négligeable. En effet, en boucle fermée, l'actionneur piézoélectrique agit sur le miroir mobile pour le déplacer de façon à ce que la phase optique soit asservie sur la phase électrique parfaitement connue et contrôlée.

2.4. Répétabilité de position

Des mesures de répétabilité ont été aussi menées. Pour cela, le miroir mobile a été déplacé à plusieurs reprises d'un point A à un point B. Nous calculons le déplacement entre A et B c.-à-d. la différence entre le palier en A et le palier en B noté D_{AB} . La répétabilité s'exprime quantitativement à l'aide des caractéristiques de dispersion des résultats [11]. Elle est donnée par l'écart type expérimental des séries de mesurages successifs de D_{AB} . L'électronique haute fréquence génère 256 sauts de phase de $2\pi/32$ exactement. Théoriquement, le déplacement D_{AB} dans l'air est de 1 265,647 nm pour $n-1 = 26,5 \cdot 10^{-4}$ (valeur d'indice mesurée par la station météo).

La figure 6 montre le déplacement D_{AB} pour 20 points de mesure successifs. La valeur moyenne de ces 20 points est de 1 265,651 nm et l'écart type est de 0,075 nm. L'écart entre la valeur moyenne expérimentale et celle théorique est de 4 pm. La répétabilité est de 75 pm.

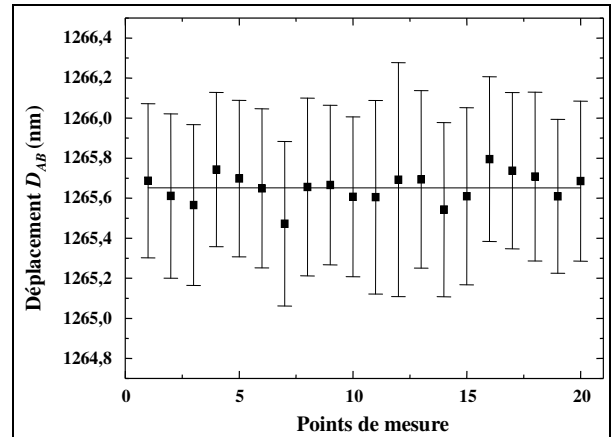


Fig. 6. – Mesure de répétabilité ; la ligne droite représente la valeur moyenne.

3. Application au contrôle de vitesse

3.1. Contrôle en vitesse du miroir mobile

Il est possible de contrôler la vitesse de déplacement du miroir mobile en contrôlant le taux de répétition des sauts de phase $\Delta\phi$. Soit T le temps entre deux sauts de phase consécutifs exercés sur le signal S_1 ou S_2 . Nous avons alors une vitesse donnée par $\Delta p/T$. L'incertitude sur la vitesse peut être aussi faible que l'incertitude sur le pas car l'incertitude sur T est négligeable en utilisant un étalon de fréquence, actuellement un oscillateur au rubidium.

Le montage décrit au paragraphe précédent ne permet pas d'atteindre des vitesses élevées car la course de l'actionneur piézoélectrique est trop réduite. Sur la figure 3, la pente de la courbe est égale à la vitesse de déplacement V du miroir mobile. L'incertitude standard relative sur la vitesse peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\sigma_V}{V} = \frac{2\sqrt{3} \times \sigma_{\Delta p} \times \sqrt{\Delta p}}{D^{3/2}}, \quad (3)$$

où (\bar{V}, σ_V) et $(\bar{\Delta p}, \sigma_{\Delta p})$ représentent respectivement la valeur moyenne et l'incertitude-type sur la vitesse et la valeur du pas, D la course totale de déplacement. Nous pouvons noter que les incertitudes types sur les valeurs des pas dépendent de la qualité de la boucle d'asservissement et de la résolution de l'interféromètre et donc sont statistiquement indépendantes. σ_V/\bar{V} varie à la puissance 3/2 de la course de déplacement D ; ainsi pour atteindre une incertitude relative de 10^{-9} par exemple, il faut que le déplacement soit de 1,5 mm. La relation (3) montre aussi que nous avons intérêt à ce que les sauts de position soient petits et que l'incertitude type sur la valeur du pas soit optimale. Dans le cas de la figure 3, la vitesse est imposée par le taux de répétition de sauts de phase égal à 20 Hz. Comme chaque pas a la valeur de 4,945 246 313 (8) nm, V vaut 98,904(1) nm·s⁻¹. L'incertitude sur la valeur de V a été calculée à l'aide de l'expression (3) avec $D = 2,793 \mu\text{m}$ et $\sigma_{\Delta p} = 0,22 \text{ nm}$.

taux de réjection de pic Doppler a été amélioré d'environ 40 dB. La largeur à mi-hauteur du pic est réduite d'un facteur environ 1/3.

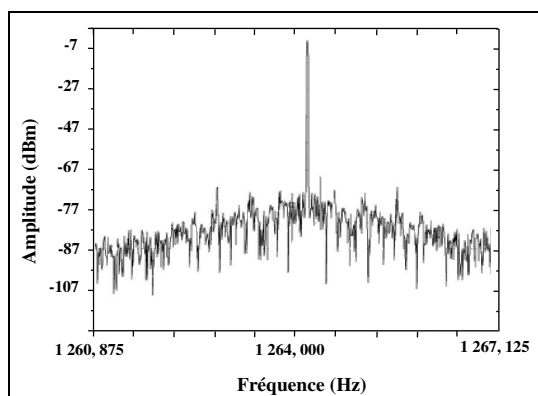


Fig. 9. – Spectre du signal S_4 avec platine et actionneur piézoélectrique asservis à une vitesse de $0,2 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.

Cette procédure a été utilisée pour montrer l'efficacité de la technique proposée. Une méthode plus rigoureuse consiste à calculer la variance d'Allan du signal.

3.1.2. Caractérisation de la stabilité de la vitesse par la variance d'Allan

Dans cette étape, le signal S_4 est envoyé vers un compteur de fréquence HP53132A option haute stabilité. Le compteur est piloté pour mesurer en automatique la fréquence Doppler. Le temps d'acquisition pour un point est de 1 s. La platine est programmée pour un déplacement de 80 mm. Après avoir attendu que le régime établi soit parfaitement atteint, le compteur échantillonne le maximum de points sur la course de déplacement. Ce nombre de points dépend évidemment de la vitesse. Puis l'expérience est reconduite immédiatement un certain nombre de fois. Le nombre total de points N_T est le produit du nombre de trajets effectués par le nombre de points qu'on peut mesurer lors du déplacement de la platine.

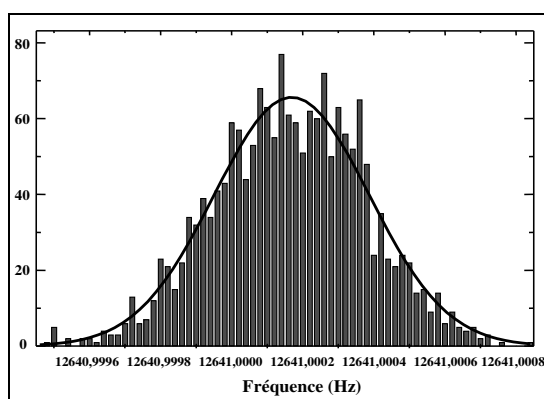


Fig. 10. – Histogramme de 880 points de mesure de la fréquence Doppler montrant un comportement Gaussien. Platine et actionneur piézoélectrique asservis à une vitesse de $2 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.

La figure 10 illustre l'histogramme des points de mesures ($N_T = 880$) pour une vitesse de $2 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.

L'ensemble statistique de la fréquence Doppler mesurée est bien modélisé par une distribution gaussienne.

La stabilité de la fréquence Doppler est mesurée en terme de variance d'Allan, outil conventionnel pour caractériser un oscillateur en fréquence [13,14].

La figure 11 illustre l'écart type d'Allan en fonction du temps d'intégration τ exprimé en seconde. Nous pouvons noter que la pente de $\sigma(\tau)$ est en $1/\sqrt{\tau}$, caractéristique d'un bruit blanc de fréquence [15] et que le plancher de bruit n'est pas encore atteint.

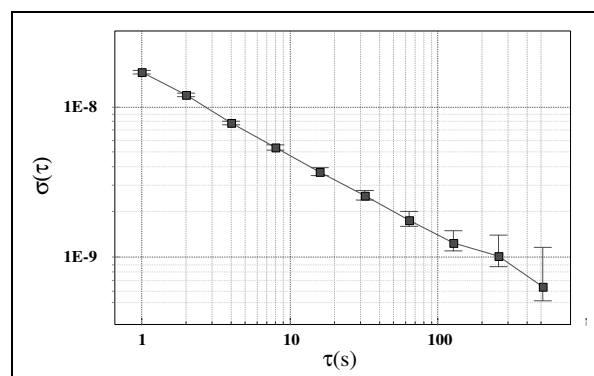


Fig. 11. – Écart type d'Allan de la fréquence Doppler en fonction du temps d'intégration τ .

La stabilité de la vitesse à $2 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ en terme d'écart type d'Allan a atteint $1,24\cdot 10^{-9}$ au bout de 128 s. Il est raisonnable de penser que sous vide et dans les conditions plus favorables du projet balance du watt, l'objectif de 10^{-9} puisse être atteint.

3.1.3. Mesure absolue de vitesse - Diviseur de la vitesse de la lumière

Si on remplace Δp par sa valeur $\lambda/(4 \times 32)$ dans l'équation 4 et la longueur d'onde λ par c/v_{laser} (c : célérité de la lumière et v_{laser} : fréquence optique), on trouve la relation suivante :

$$V = c \times \frac{1}{128} \times \frac{v_c}{v_{\text{laser}}} \quad (6)$$

Cette relation ne fait intervenir ni l'unité du mètre ni celle de la seconde. En effet, aujourd'hui on est parfaitement capable de déterminer le rapport de deux fréquences (l'une dans le domaine des radiofréquences et l'autre dans le domaine optique) par la technologie des peignes de fréquences mettant en œuvre des lasers femtosecondes [16]. La vitesse V est donc directement raccordée à la constante fondamentale c . La relation montre clairement que l'on est capable de choisir la vitesse en changeant uniquement la fréquence de commande v_c . Notons aussi qu'avec la méthode d'asservissement pas à pas, le système se comporte comme un véritable diviseur de la vitesse de la lumière.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier Mme Maguelonne Chambon et M. Gérard Genevès pour leur conseil et leur soutien.

Références

- [1] GENEVÈS G. et al., "The BNM Watt Balance Project", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **54**, avril 2005, 850-853.
- [2] GENEVÈS G. et al., « La balance du watt du BNM : état d'avancement », *11^e Congrès international de métrologie*, octobre 2003.
- [3] BORDÉ C. et KOVALEVSKY J., « Rapport du groupe de travail sur la métrologie du futur », *Académie des Technologies*, mai 2004, 1-64.
- [4] YOSHIMURA T., SYOJI Y. et WAKABAYASHI N., "Absolute velocity control of a Mössbauer spectrometer by utilizing a laser interferometer", *J. Phys. E : Sci. Instrum.*, **10**, août 1977, 829-833.
- [5] Van LIEROP J. et RYAN D.H., "An improved selective excitation double Mössbauer spectrometer", *Rev. Sci. Instr.*, **72**, août 2001, 3349-3356.
- [6] TOPÇU S., CHASSAGNE L., HADDAD D., JUNCAR P. et ALAYLI Y., "Heterodyne interferometric technique for displacement control at the nanometric scale", *Rev. Sci. Instr.*, **74**, novembre 2003, 4876-4880.
- [7] HADDAD D., « Mesure et contrôle de position et de vitesse à l'échelle nanométrique : application à la balance du watt », *Thèse de doctorat*, décembre 2004, 54-63.
- [8] DESMAREST F.C., "High-resolution, high-speed, low data age uncertainty, heterodyne displacement measuring interferometer electronics", *Meas. Sci. Technol.*, **9**, juillet 1998, 1024-1030.
- [9] EDLÉN B., "The refractive index of air", *Metrologia*, **2**, 2, 1966, 71-80.
- [10] BIRCH K.P. et DOWNS M.J., "An updated Edlén equation for the refractive index of air", *Metrologia*, **30**, 1993, 155-162.
- [11] « Métrologie - Gérer et maîtriser les équipements de mesure », *AFNOR*, 1997.
- [12] TOPÇU S., CHASSAGNE L., HADDAD D., JUNCAR P. et ALAYLI Y., "High accuracy velocity control method for the french moving-coil watt balance", *Rev. Sci. Instr.*, **75**, novembre 2004, 4824-4827.
- [13] ALLAN D.W., "Time and Frequency (Time-Domain) Characterization, Estimation, and Prediction of Precision Clocks and Oscillators", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, **34**, novembre 1987, 647-654.
- [14] AUDOIN C. et GUINOT B., « Les fondements de la mesure de temps », *Masson*, 1998.
- [15] AUDOIN C., BERNARD M.Y., BESSON R., Gagnepain J.J., GROSLAMBERT J., GRANDVEAUD M., NAUD J.C., OLIVIER M. et RUTMAN J., « La mesure de la fréquence des oscillateurs », *CHRONOS, Collection technique et scientifique des télécommunications*, *Masson*, 1991.
- [16] CUNDIFF S.T. et YE J., "Colloquium: Femtosecond optical frequency combs", *Rev. Mod. Phys.*, **75**, janvier 2003, 325-342.