

Déterminations ultra précises de α et g avec des oscillations de Bloch dans un réseau optique

High precision determinations of α and g using Bloch oscillations in a standing wave

Malo CADORET¹, Estefania de MIRANDES¹, Pierre CLADÉ¹, Catherine SCHWOB¹, François NEZ¹,
Lucile JULIEN¹, François BIRABEN¹ et Saïda GUELLATI-KHÉLIFA^{1,2}

¹ Laboratoire Kastler Brossel, UPMC-ENS-CNRS, 4 Place Jussieu, 75005 Paris, France, saida.khelifa-guellati@spectro.jussieu.fr.
² LNE-INM, CNAM, 61 Rue du Landy, 93210 La Plaine Saint-Denis, France.

Résumé

La connaissance de la constante de structure fine α , l'une des constantes fondamentales de la physique, représente un enjeu de taille pour tester la cohérence de différentes théories de la physique. En effet, cette constante, qui représente la constante de couplage de l'interaction électromagnétique, apparaît dans divers domaines de la physique et sa valeur peut être déduite à partir de mesures indépendantes fondées sur la physique du solide, la physique atomique ou l'électrodynamique quantique. Dans cet article, nous décrivons une approche expérimentale qui permet de déterminer α à partir de la mesure du rapport h/m entre la constante de Planck et la masse atomique. Cette approche s'appuie sur l'accélération cohérente par la méthode des oscillations de Bloch dans une onde stationnaire accélérée. Nous avons par ailleurs utilisé les oscillations de Bloch dans une onde stationnaire verticale pour réaliser une mesure de l'accélération locale due à la gravité terrestre.

MOTS CLÉS : CONSTANTE FONDAMENTALE, MÉTROLOGIE, ATOMES FROIDS, TRANSITION RAMAN, OSCILLATIONS DE BLOCH.

Abstract

The fine structure constant α plays an important role among all the physical constants because it sets the scale of the electromagnetic interactions. Therefore α appears and so can be determined in different domains of physics, which spread from atomic physics, condensed matter physics to elementary particle physics. The comparison of various determinations of α can be used to test the consistency of the physics. In this paper, we describe our experiment developed in Laboratoire Kastler Brossel. This project aims to a determination of α through a measurement of the ratio h/m (h is the Planck constant and m the atomic

mass). The experimental approach is based on Bloch oscillations in accelerated standing wave. Otherwise, Bloch oscillations in a vertical standing wave have been used to measure the local gravitational acceleration g on the earth surface.

KEY WORDS: FUNDAMENTAL CONSTANT, METROLOGY, COLD ATOMS, RAMAN TRANSITION, BLOCH OSCILLATIONS.

1. Introduction

La spectroscopie de l'atome d'hydrogène au début du 20^e siècle est à l'origine de la dénomination « constante de structure fine » de α . Elle a été introduite en 1916 par Sommerfeld pour décrire la structure fine des raies de l'atome d'hydrogène [1]. Elle apparaît dans l'expression des corrections relativistes au modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène. L'expression de la constante de structure fine α est :

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}. \quad (1)$$

La permittivité du vide ϵ_0 et la vitesse de la lumière c sont fixées dans le Système international d'unités (SI), e représente la charge du positron et \hbar la constante de Planck réduite.

La constante de structure fine présente la particularité d'être sans dimension, elle est ainsi indépendante du système d'unité. Etant la constante de couplage de l'interaction électromagnétique, α apparaît dans la description de ce type d'interactions dans différents systèmes physiques (particules élémentaires, systèmes atomiques, mésoscopiques ou macroscopiques). Cette diversité se traduit par l'existence de nombreuses expériences indépendantes pouvant directement ou indirectement fournir une valeur de α . Depuis une vingtaine d'années, de nouvelles approches expérimentales ont vu le jour grâce à la découverte de l'effet Hall quantique et aussi aux avancées spectaculaires dans le domaine de manipulation d'atomes par lasers et de piégeage d'ions.

La figure 1 résume les principales déterminations de α , impliquées dans l'ajustement de la valeur recommandée α_{2006} [2]. Dans cet ajustement chaque contribution est pondérée par son incertitude relative ; ainsi la valeur 2006 est essentiellement définie par la valeur la plus précise déduite de la mesure de l'anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron (a_e) [3]. Le rapport gyromagnétique de l'électron est défini comme le rapport entre la vitesse de précession du spin de l'électron autour d'un champ magnétique B et la vitesse angulaire orbitale de l'électron soumis à ce champ magnétique. Dans la théorie de Dirac, ce rapport vaut exactement 2. Cependant la présence du champ électromagnétique du vide perturbe l'interaction de l'électron avec le champ B . En électrodynamique quantique, la correction due à cet effet est modélisée par un développement en série de α/π . Les calculs des coefficients de cette série aux ordres élevés sont très complexes. Ils n'ont été menés que par le seul groupe de Kinoshita. Par ailleurs, l'anomalie a_e est déterminée expérimentalement par spectroscopie électronique dans un piège de Penning [4]. Aujourd'hui la détermination $\alpha(a_e)$ est réalisée avec une incertitude relative de $3,7 \cdot 10^{-10}$ [5]. Cependant, depuis 1998, la valeur de $\alpha(a_e)$ a dû être révisée deux fois de suite à cause d'erreurs dans les calculs du coefficient d'ordre huit de la série. Ce constat souligne l'intérêt de développer de nouvelles méthodes expérimentales. Celles-ci devraient être en l'occurrence fondées sur des principes physiques indépendants de la QED afin de permettre un test fiable de cette théorie.

Dans l'effet Hall quantique, l'expression théorique de la constante de von Klitzing est $R_K = h/e^2$. Cette constante peut s'écrire comme le rapport de l'impédance du vide à deux fois la constante de structure fine : $R_K = Z_0/2\alpha$ (où $Z_0 = \mu_0 c$ est le produit de la perméabilité du vide μ_0 et la vitesse de la lumière c). La valeur de Z_0 est fixée dans le SI, ainsi la mesure de R_K fournit directement une valeur de α . La constante R_K est déterminée par le biais d'un étalon calculable de capacité Thompson-Lampard [6]. Malgré une reproductibilité de 10^{-9} en valeur relative, l'incertitude relative est de quelques 10^{-8} .

Aujourd'hui, seule la détermination de α à partir de la mesure du rapport h/m entre la constante de Planck et la masse atomique, pourrait concurrencer la détermination $\alpha(a_e)$ issue de la mesure de l'anomalie gyromagnétique.

Cette détermination repose sur l'expression (2) [7] :

$$\alpha^2 = \frac{2R_\infty}{c} \times \frac{m_u}{m_e} \times \frac{m_X}{m_u} \times \frac{h}{m_X}, \quad (2)$$

où R_∞ est la constante de Rydberg déterminée avec une incertitude relative de $7 \cdot 10^{-12}$ [8, 9], la masse relative de l'électron m_e/m_u est connue à mieux que $4,4 \cdot 10^{-10}$ [10]. Les masses relatives des atomes de rubidium et de césium sont connues avec des incertitudes relatives inférieures à $2,0 \cdot 10^{-10}$ [11]. L'incertitude sur α est donc, à ce jour limitée par la connaissance du rapport h/m_X .

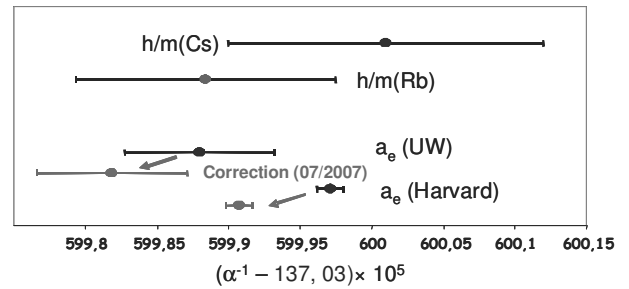


Fig. 1. – Les principales déterminations de la constante de structure fine α retenues par le CODATA 2006 pour l'ajustement de la valeur recommandée. Les valeurs fléchées représentent les valeurs corrigées suite à une révision des calculs de l'électrodynamique quantique.

Le rapport h/m_X apparaît dans la vitesse de recul (ou bien la fréquence associée) d'un atome suite à l'absorption ou l'émission d'un photon d'impulsion $\hbar k$ (k étant le vecteur d'onde). Les sources d'atomes froids constituent le milieu idéal pour réaliser ce type de mesures. La première expérience a débuté en 1991, dans le groupe de Chu à l'université de Stanford. Elle repose sur l'interférométrie atomique et a permis une première détermination de la constante de structure fine en 2002 avec une incertitude relative de $7,7 \cdot 10^{-9}$ [12]. Dans le groupe de Biraben au Laboratoire Kastler Brossel, nous développons depuis 1998, une approche différente fondée sur les oscillations de Bloch dans une onde stationnaire accélérée [13].

Cette voie prend une importance particulière, dans le contexte métrologique actuelle où se profile une révision du Système international d'unités (SI). Une valeur fiable de la constante de structure fine pourrait fournir un moyen de vérifier l'expression théorique de R_K et dans le cas échéant, fixer sa valeur numérique.

Dans cet article, nous décrirons notre approche expérimentale. Nous présenterons les concepts de bases utilisés : transition Raman sélective en vitesse, accélération cohérente par le biais des oscillations de Bloch. Nous présenterons brièvement notre dispositif expérimental. Nous discuterons les résultats obtenus ainsi que les effets systématiques qui entachent notre mesure. Nous concluons sur une application de la méthode des oscillations de Bloch dans une onde stationnaire verticale pour la détermination de la constante d'Avogadro et le test de la relation $K_J^2 R_K$ (K_J : constante de Josephson et R_K : constante de Von Klitzing).

1.1. Principe de l'expérience

La vitesse de recul v_r d'un atome de masse m , qui absorbe ou émet un photon d'impulsion $\hbar k$ (k est le vecteur d'onde de l'onde lumineuse mise en jeu) est donnée par l'expression :

$$v_r = \frac{\hbar k}{m}. \quad (3)$$

La mesure de cette vitesse a suscité l'intérêt des expérimentateurs depuis déjà bien longtemps. Seule une mesure spectroscopique a pu être réalisée en 1977 à l'aide des techniques d'absorption saturée sur la molécule de méthane [14]. La vitesse de recul est très faible (de l'ordre de quelques mm/s), il est difficile de la mesurer avec une très bonne exactitude en utilisant une vapeur atomique ou un jet thermique. Dans ces milieux la vitesse moyenne est typiquement de quelques centaines de m/s. Les techniques de refroidissement et de manipulation d'atomes neutres par laser ont donné un regain d'intérêt à la mesure de la vitesse de recul. On sait à l'heure actuelle fabriquer des sources d'atomes froids très denses à basses vitesses (voisines de zéro) avec une dispersion en vitesse parfois plus faible que la vitesse de recul. Ces atomes peuvent être manipulés finement avec des faisceaux lasers en ajustant convenablement les fréquences des lasers et le temps d'interaction atome-lasers.

Le principe de l'expérience est illustré sur la figure 2 : nous produisons d'abord un échantillon d'atomes ultra-froids par les techniques courantes de piège magnéto-optique et mélasse optique. Par la suite, nous sélectionnons à partir de ce nuage une classe de vitesse de largeur inférieure à la vitesse de recul (dite couramment largeur sub-recul). Les atomes sélectionnés sont accélérés de manière cohérente par le transfert d'un nombre élevé d'impulsions de photon en utilisant les oscillations de Bloch décrite ci-après (§ 3). À l'issue de cette accélération, nous mesurons la vitesse finale des atomes. L'incertitude sur la mesure de la vitesse de recul est égale à l'incertitude sur la mesure de vitesse divisée par $2N$ ($2N$ étant le nombre total d'impulsions de photon communiquées aux atomes).

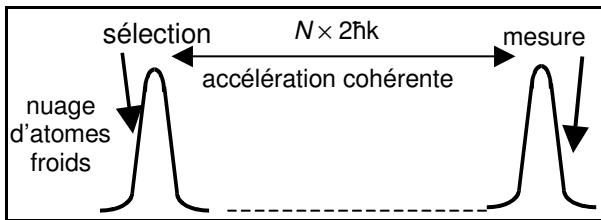


Fig. 2. – Principe de mesure de la vitesse de recul.

La sélection et la mesure de vitesse sont réalisées à l'aide de transitions Raman sélectives en vitesse. Dans la suite nous décrirons séparément le protocole de mesure de la vitesse des atomes et la méthode des oscillations de Bloch qui permet de les accélérer. Pour éviter toute confusion, nous désignons par « faisceaux Raman », les faisceaux laser utilisés pour la sélection et la mesure de

vitesse. Les faisceaux lasers dédiés à l'accélération cohérente sont appelés par « faisceaux Bloch ».

2. Mesure de vitesse

Le protocole de mesure de la vitesse des atomes est illustré sur la figure 3. L'outil de base est la transition Raman sélective en vitesse entre les deux niveaux hyperfins (a et b) de l'état fondamental. Ces transitions sont réalisées en éclairant les atomes par deux faisceaux lasers contra-propageants, de fréquences et de vecteurs d'onde (ω_1, k_1) et (ω_2, k_2) respectivement. À la fin de la phase de refroidissement les atomes sont dans un état hyperfin bien défini (b). Nous appliquons une première impulsion laser π , qui permet de transférer la classe de vitesse résonnante vers le niveau hyperfin (a).

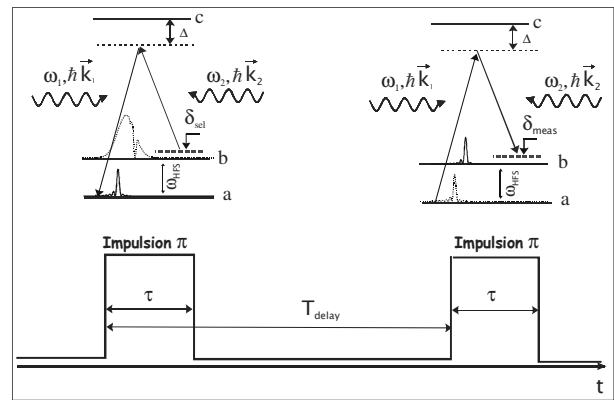


Fig. 3. – Protocole de mesure de vitesse. À chaque impulsion laser π est associée un schéma des niveaux atomiques et la distribution de vitesse associée dans chaque niveau d'énergie après la transition Raman.

La classe de vitesse sélectionnée est alors centrée sur la vitesse initiale V_i vérifiant la condition de résonance :

$$\delta_{\text{sel}} = \Delta_1 + (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \left(\vec{V}_i + \frac{\hbar}{2M} (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \right), \quad (4)$$

où $\delta_{\text{sel}} = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{\text{HFS}}$ représente le désaccord en fréquence des faisceaux lasers par rapport à la transition atomique (a \rightarrow b). Le premier terme Δ_1 de l'équation (4) représente le déplacement différentiel des niveaux d'énergie. Ce déplacement de niveaux inclut le déplacement Stark dynamique (déplacement lumineux) et l'effet Zeeman quadratique. Le second terme de l'équation correspond à l'effet Doppler et le troisième à l'effet de recul induit par l'absorption d'un photon du faisceau laser (1) et l'émission d'un photon stimulé dans l'onde (2). Après cette première étape, les atomes restant dans le niveau (b) sont poussés à l'aide d'un faisceau laser supplémentaire dont la fréquence est accordée sur la transition atomique à un photon (b \rightarrow c). Les atomes sélectionnés sont par la suite accélérés à l'aide des oscillations de Bloch décrites dans le paragraphe suivant. Pour mesurer la vitesse finale, nous appliquons une seconde impulsion π qui fait passer les atomes du

niveau (a) au niveau (b). Dans ce cas, le désaccord des faisceaux laser est égal à δ_{mes} . Pour reconstruire la distribution de vitesse finale, nous répétons ces trois étapes en balayant le désaccord en fréquence pendant la phase de mesure δ_{mes} . La variation de vitesse ΔV est donnée par l'expression (5) :

$$\Delta \vec{V} \cdot (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) = (\delta_{\text{mes}}^{\text{Max}} - \delta_{\text{sel}}), \quad (5)$$

où $\delta_{\text{mes}}^{\text{Max}}$ représente le désaccord au maximum de la distribution de vitesse. La population dans chaque niveau hyperfin est mesurée par la technique de temps de vol. Cette technique a été initialement mise en œuvre pour mesurer la température d'échantillons d'atomes froids. Elle consiste à enregistrer le signal de fluorescence des atomes en fonction des temps d'arrivée au niveau d'un faisceau laser accordé en fréquence sur une transition à un photon (b \rightarrow c). Dans notre expérience nous l'exploitons pour mesurer les populations atomiques dans chaque niveau d'énergie hyperfin (a et b), comme c'est le cas pour les fontaines atomiques [15].

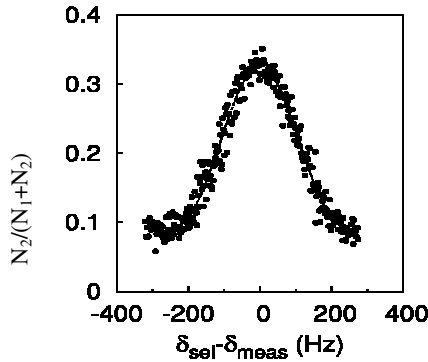


Fig. 4. – Distribution de vitesse finale. Le centre de cette distribution est défini avec une incertitude de $v_r/10\,000$.

La figure 4 représente une distribution de vitesse finale typique. Le centre de cette distribution est déterminé avec une incertitude de $v_r/10\,000$ pour un temps d'intégration de 5 min.

2.1. Les effets systématiques qui limitent la mesure de vitesse

La mesure de vitesse repose sur la condition de résonance exprimée par l'équation (4). L'exactitude sur cette mesure requiert un contrôle rigoureux de la différence des fréquences lasers et des déplacements des niveaux atomiques impliqués dans les transitions Raman. Dans notre expérience, nous sommes principalement sensibles au déplacement Stark dynamique (déplacement lumineux) et à l'effet Zeeman quadratique. En principe le biais en vitesse dû aux déplacements des niveaux d'énergie induits par des champs parasites constants s'annule entre la sélection et la mesure (voir équation (5)). Néanmoins un biais résiduel subsiste à cause des fluctuations de l'intensité laser et de l'inhomogénéité spatiale du champ magnétique.

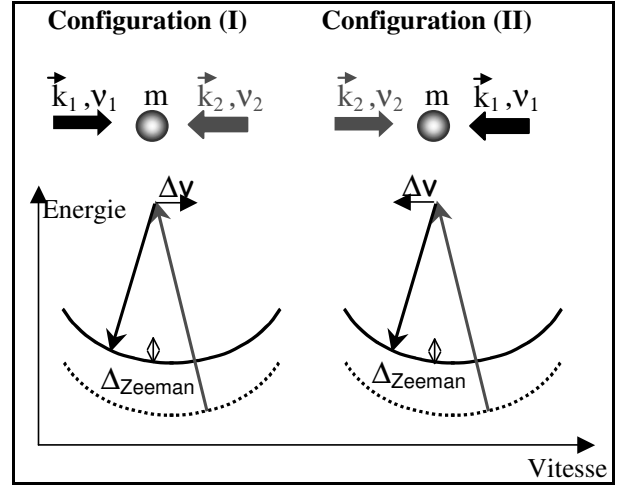


Fig. 5. – Protocole de mesure utilisé pour réduire les effets systématiques imputés aux déplacements des niveaux d'énergie dus aux champs parasites.

Comme l'illustre la figure 5, ce biais change de signe lorsqu'on inverse le sens des faisceaux lasers Raman, c'est-à-dire le sens de l'impulsion de photon communiquée aux atomes. L'équation (4) peut s'écrire de façon générique comme :

$$\delta_{\text{sel}} = \Delta_1(z, t) + \epsilon_R (k_1 + k_2) \cdot \left(V_i + \epsilon_R \frac{\hbar}{2M} (k_1 + k_2) \right), \quad (6)$$

avec $\epsilon_R = \pm 1$ selon que l'atome recule dans un sens ou dans l'autre suite à la transition Raman. Si l'on effectue deux mesures de vitesse en inversant successivement le sens des faisceaux lasers, la valeur moyenne entre les deux configurations notées (I) et (II) (fig. 5) est donnée par :

$$\frac{\delta^{\text{II}} - \delta^{\text{I}}}{2} = \frac{\Delta_1(z^{\text{II}}, t^{\text{II}}) - \Delta_1(z^{\text{I}}, t^{\text{I}})}{2} + (k_1 + k_2) \cdot V_i. \quad (7)$$

δ^{I} (δ^{II} respectivement) représente la différence de fréquence entre les faisceaux laser Raman dans la phase de sélection dans la configuration (I) (respectivement (II)).

Si l'on suppose que les deux mesures sont réalisées au même endroit et que le champ magnétique ne varie pas, la valeur moyenne est affranchie du biais induit par les déplacements des niveaux d'énergie.

3. Accélération cohérente des atomes : oscillations de Bloch dans un réseau optique accéléré

L'accélération cohérente des atomes repose sur une succession de transitions Raman n'impliquant qu'un seul sous niveau hyperfin. Ces transitions sont réalisées par le biais de deux faisceaux lasers contra-propageants. À l'issue de chaque transition, l'état d'énergie interne de l'atome reste le même tandis que sa vitesse augmente de $2v_r$. Pour effectuer un grand nombre de transitions Raman, l'effet Doppler est compensé en faisant varier de façon continue la différence de fréquence $d\nu$ entre les deux faisceaux laser :

$$2\pi d\nu = 2\pi(v_2 - v_1) = 2k_B a t, \quad (8)$$

k_B est la norme du vecteur d'onde des faisceaux Bloch.

Dans le référentiel du laboratoire l'atome est soumis à une accélération constante :

$$a = \frac{1}{2k_B} \times 2\pi \frac{d\nu}{dt}. \quad (9)$$

Cette interprétation en termes de transition à deux photons est bien adaptée au cas des liaisons faibles, c'est-à-dire au cas où la profondeur U_0 du potentiel lumineux créé par l'interférence entre les deux faisceaux est faible devant l'énergie de recul ($E_r = \hbar^2 k^2 / 2m$). Dans cette situation, l'atome perçoit l'onde lumineuse comme une perturbation, sauf au moment où il est à résonance et effectue une transition. Son impulsion évolue alors par saut de $2\hbar k$ (fig. 6).

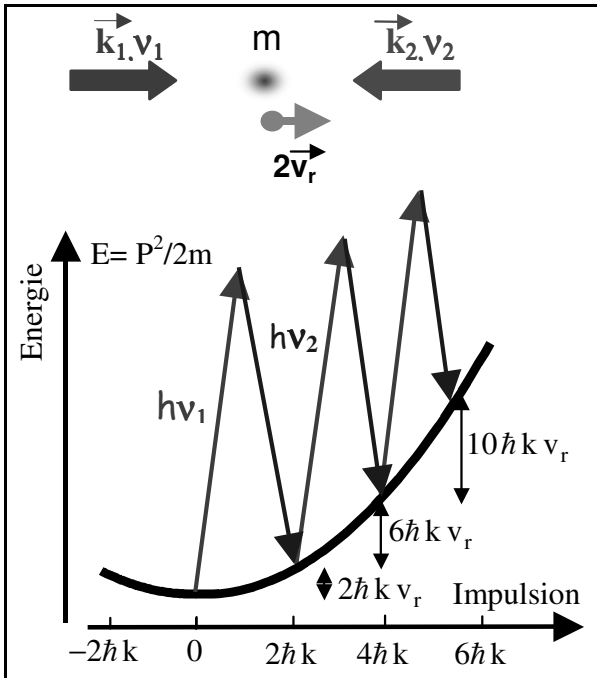


Fig. 6. – Diagramme énergie impulsion dans le cas où le potentiel lumineux créé par les faisceaux est perçu comme une perturbation.

Le phénomène d'accélération cohérente peut également être interprété en termes d'oscillations de Bloch. Cette approche a été mise en évidence expérimentalement pour la première fois en physique atomique par le groupe de Salomon en 1996 [16]. Notons que des processus analogues avaient été décrits par Bordé pour l'étude des formes de raies d'absorption saturée [17]. L'onde stationnaire induit des déplacements lumineux des niveaux d'énergie. Il en résulte un potentiel lumineux périodique. Les niveaux d'énergie de l'atome présente alors une structure de bande. La variation linéaire de la différence de fréquence $d\nu$ en fonction du temps se traduit par une accélération de l'onde lumineuse dans le référentiel du laboratoire. Si le balayage en fréquence $d\nu$ varie de façon adiabatique, les atomes suivent le

mouvement de l'onde lumineuse et sont soumis à une force d'inertie constante de module $m \times a$. Cette situation est équivalente à celle des électrons dans un réseau cristallin en présence d'un champ électrostatique constant. L'une ou l'autre entité effectue des oscillations de Bloch (O.B.) dans la bande d'énergie fondamentale. Ce point de vue est mieux adapté à la limite des liaisons fortes. Dans ce cas les atomes sont piégés dans les puits de potentiel et sont entraînés dans son mouvement. La vitesse des atomes évolue de façon continue et non pas par sauts comme dans la situation des liaisons faibles.

Le processus d'accélération cohérente est un processus très efficace (99,97 % mesuré par impulsion de photon transmise). Cette efficacité est définie comme le rapport entre le nombre d'atomes qui ont acquis $2\nu_r$ et le nombre d'atomes initial. Nous avons pu réaliser un transfert cohérent de 900 impulsions de photon.

4. Description du dispositif expérimental

Dans notre expérience nous utilisons l'isotope 87 de l'atome de rubidium. Le schéma des niveaux d'énergie mis en jeu est présenté sur la figure 7.

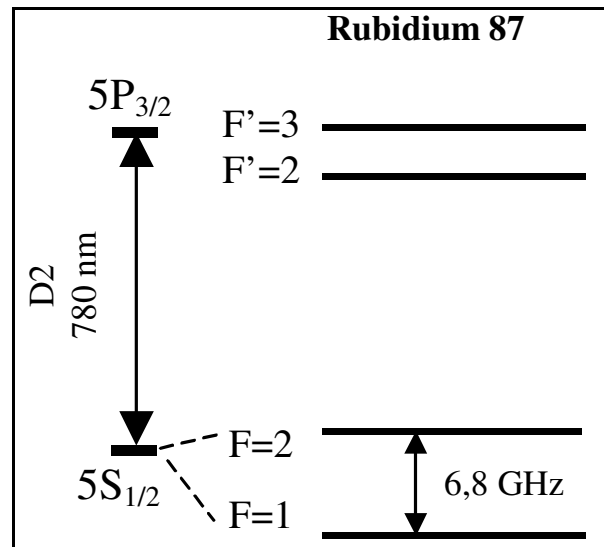


Fig. 7. – Niveaux d'énergie de l'isotope 87 de l'atome de rubidium mis en jeu dans l'expérience.

Le schéma du dispositif expérimental est décrit sur la figure 8. Seule la composante verticale de la vitesse des atomes intervient dans la mesure du rapport h/m .

La source d'atomes froids est produite dans une mélasse optique chargée par un piège magnéto-optique. À la fin de la phase mélasse, nous disposons d'environ 10^7 atomes dans le niveau hyperfin $F=2$ avec une température moyenne de $3 \mu\text{K}$. Nous appliquons un champ magnétique constant de $10 \mu\text{T}$ pour définir un axe de quantification. Les atomes sont ensuite pompés optiquement vers le niveau ($F=2, m_F=0$) à l'aide d'une impulsion laser (faisceau repompeur). La fréquence de ce laser est accordée sur la transition à un photon $F=2 \rightarrow F'=2$. Sa polarisation est linéaire et parallèle à

l'axe de quantification défini par la direction du champ magnétique, afin que les atomes pompés dans $F = 2$, $m_F = 0$ ne se couplent pas au laser.

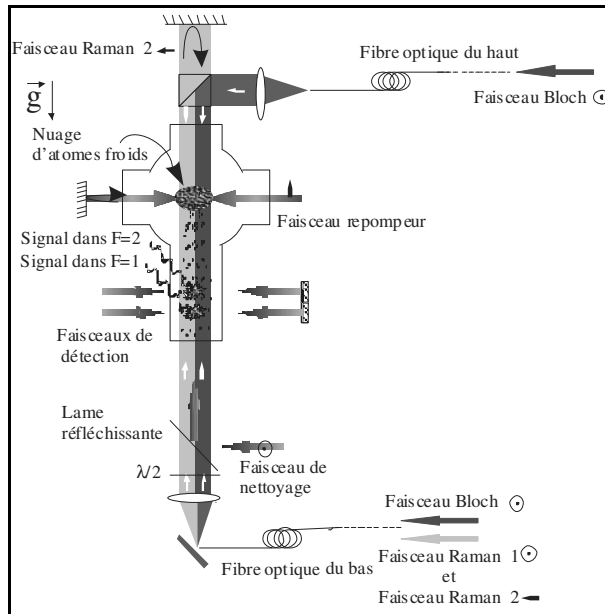


Fig. 8. – Dispositif expérimental.

Les faisceaux Raman sont issus de deux diodes lasers. Pour chaque faisceau nous utilisons un système maître-esclave qui permet d'assurer un bon compromis entre la stabilité en fréquence et la puissance laser utile. Les deux lasers maîtres sont montés en cavité étendue. Ils sont asservis en phase l'un sur l'autre en comparant leur signal de battement de fréquence à une fréquence de synthèse. La chaîne de synthèse est conçue d'une part pour compenser le décalage Doppler dû à la chute libre des atomes et d'autre part pour basculer entre la fréquence laser à la sélection et à la mesure. Les faisceaux Raman ont des polarisations linéaires orthogonales. Ils sont transportés dans la même fibre optique pour minimiser l'effet dû aux fluctuations de phase dans les fibres optiques. Pour réaliser la configuration dans laquelle les faisceaux sont contra-propageants, nous utilisons un cube séparateur de polarisation et un miroir de rétro-réflexion. Ainsi la polarisation transmise est réfléchiée par le miroir et l'autre polarisation est rejetée latéralement. Les faisceaux laser Raman ont une puissance typique de 8 mW. Ils sont désaccordés en fréquence de 1 THz de la transition à un photon pour minimiser l'émission spontanée.

Les faisceaux laser « Bloch » utilisés pour réaliser les oscillations de Bloch sont issus d'un laser titane-saphir (TiSa) pompé par un laser Nd:YAG de 10 W (Millenia, Spectra Physics). La puissance de sortie du laser TiSa est de 2 W. Cette puissance est divisée en deux, chaque faisceau est injecté dans un modulateur acousto-optique. Ces modulateurs sont utilisés pour réaliser la séquence temporelle de l'expérience décrite sur la figure 9 (partie Bloch). Ils permettent en l'occurrence d'assurer un branchement et une coupure adiabatique (en 500 μ s) du réseau optique et de balayer la différence de fréquence

convenablement. Les deux faisceaux lasers « Bloch » ont des polarisations linéaires parallèles. Ils sont injectés dans deux fibres optiques indépendantes.

La connaissance des fréquences absolues des lasers « Raman » et « Bloch » est indispensable pour déterminer le rapport h/m . La mesure de la fréquence d'un des lasers Raman est réalisée par un battement de fréquence avec une longueur d'onde de référence (il s'agit de la transition à deux photons $5 S_{1/2} (F = 3) - 5 D_{5/2} (F = 5)$ du ^{85}Rb). Cette fréquence a été mesurée par ailleurs et vaut $\nu_{2ph} = 385\,285\,142\,378 (2) \text{ kHz}$ [18, 19]. Le laser titane-saphir et l'un des lasers Raman sont stabilisés en fréquence sur une même cavité ultra-stable en Zérodur. L'intervalle spectral libre de cette cavité est déterminé précisément à l'aide d'un étalonnage préalable avec des fréquences de référence. Ainsi la fréquence absolue du laser titane-saphir est déterminée en comptant le nombre d'intervalles spectraux libres qui le séparent du faisceau Raman de référence.

Les populations dans chaque niveau hyperfin sont mesurées en utilisant la technique de temps de vol utilisée dans les fontaines atomiques. Les nappes lasers de détection sont situées 15 cm en dessous du centre du piège magnéto-optique [15].

5. Protocole expérimental

La mesure du rapport h/m nécessite la mise en œuvre d'un protocole expérimental subtil, afin de minimiser les effets systématiques et de contourner les contraintes géométriques.

5.1. La double accélération

La taille de l'enceinte à vide est égale à une dizaine de centimètres environ. Le nombre d'oscillations de Bloch est limité par le déplacement des atomes qui viennent se coller au hublot. Pour contourner cette limite l'idée consiste à accélérer les atomes à l'aide d'oscillations de Bloch avant la phase de sélection, ensuite ralentir la classe de vitesse sélectionnée avec le même processus de sorte que pendant la phase de mesure la vitesse des atomes est voisine de zéro (voir la séquence temporelle sur la figure 9, où l'on distingue accélération et ralentissement). La variation de vitesse entre les phases de sélection et de mesure est uniquement due à la seconde série d'oscillations de Bloch qui va être prise en compte dans la détermination du rapport h/m .

5.2. Mesure différentielle

Nous travaillons en géométrie verticale. Dans cette configuration la variation de vitesse ΔV entre la phase de sélection et la phase de mesure dépend également de l'accélération de la pesanteur :

$$\Delta V = gT + 2Nv_r, \quad (10)$$

où T est l'intervalle de temps entre les deux impulsions Raman. La connaissance précise de la vitesse de recul requiert une mesure précise de l'accélération de la gravité.

Dans notre protocole de mesure, nous appliquons la double accélération soit vers le haut soit vers le bas en gardant le même intervalle de temps entre la sélection et la mesure. La mesure différentielle résultante est alors indépendante de la mesure de g .

$$\Delta V^{H/B} = gT \pm 2N^{H/B}v_r, \quad (11)$$

où H et B désignent la trajectoire du haut et celle du bas respectivement et $N^{H/B}$ correspond respectivement aux nombres d'oscillations de Bloch dans les deux directions opposées.

La valeur du rapport h/m est déduite directement de la relation :

$$\frac{h}{m} = \frac{(\delta_{\text{sel}} - \delta_{\text{mes}})^H - (\delta_{\text{sel}} - \delta_{\text{mes}})^B}{2(N^H + N^B)k_B(k_1 + k_2)}, \quad (12)$$

où k_B est le vecteur d'onde effectif des faisceaux Bloch et k_1 et k_2 les vecteurs d'onde des faisceaux Raman. $(\delta_{\text{sel}} - \delta_{\text{mes}})^{H/B}$ représente respectivement les fréquences des centres des distributions de vitesses finales mesurées en accélérant initialement les atomes soit vers le haut, soit vers le bas.

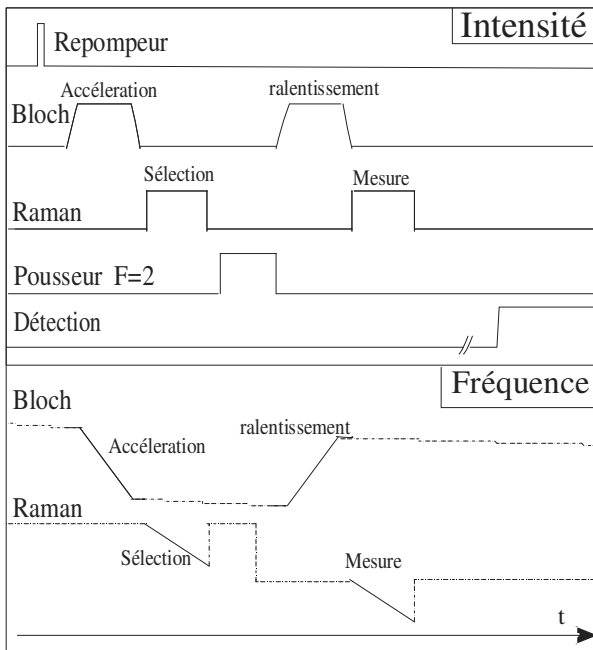


Fig. 9. – Les variations d'intensité et de fréquence des différentes sources laser illustrées par la séquence temporelle. Les rampes en fréquence appliquées aux lasers Raman à la sélection et à la mesure, permettent de compenser le décalage Doppler dû à la chute libre des atomes.

Le protocole de mesure est résumé par la séquence temporelle décrite sur la figure 9. Plus précisément, cette figure montre l'évolution de l'intensité et de la fréquence des différents faisceaux lasers « Bloch » et « Raman » mis en jeu. Pour compenser le décalage Doppler dû à la chute libre des atomes durant l'impulsion, nous balayons la fréquence des faisceaux Raman pendant chaque impulsion π .

Dans la phase de sélection la différence en fréquence entre les lasers Raman est fixée à δ_{sel} : une classe de vitesse est sélectionnée en transférant les atomes résonants du niveau hyperfin ($F = 2, m_F = 0$) vers le niveau hyperfin ($F = 1, m_F = 0$). Cette classe de vitesse est ainsi centrée sur $\lambda(\delta_{\text{sel}} - \delta_{\text{mes}})$ et présente une largeur à mi-hauteur d'environ $v_r/15$. Cette largeur est définie par les paramètres des lasers Raman (durée de l'impulsion, intensité et désaccord à résonance). Le niveau $F = 2$ est ensuite « nettoyé » en utilisant une impulsion laser « pousseur » accordée en fréquence sur la transition cyclante à un photon $F = 2 \rightarrow F' = 3$. On branche alors les faisceaux Bloch pour accélérer les atomes. La vitesse finale est mesurée par la seconde impulsion Raman « mesure ».

6. Résultats expérimentaux

Une valeur du rapport h/m est obtenue à partir de l'analyse de quatre spectres correspondant à deux directions opposées de l'accélération initiale (pour s'affranchir de la mesure de l'accélération de la gravité) et de deux orientations possibles des faisceaux Raman (pour réduire les effets systématiques dus aux déplacements des niveaux d'énergie). Chaque spectre est réalisé en 5 min et comporte 160 points. L'incertitude sur la fréquence centrale est de 1,7 Hz ($10^{-4} v_r$). Les spectres présentés sur la figure 10 sont réalisés pour $N^H = 430$ et $N^B = 460$. Ceci correspond à un transfert effectif de 1 780 impulsions de photon ($h\bar{k}$).

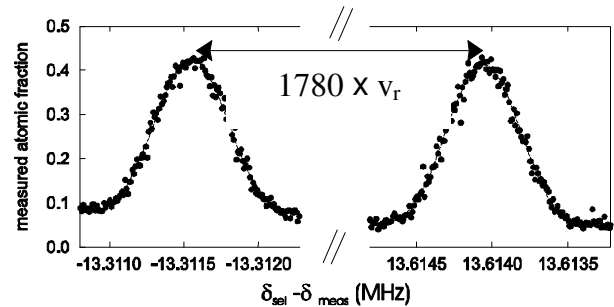


Fig. 10. – Deux distributions de vitesse finale obtenues en accélérant les atomes vers le haut avec $N^H = 430$ et vers le bas avec $N^B = 460$. Ceci correspond à un transfert effectif de 1 780 impulsions de photon ($h\bar{k}$).

Sur la figure 11, sont représentées de façon chronologique, 72 déterminations de la constante de structure fine α . Pour chaque point nous avons réalisé plus de 430 oscillations de Bloch avec une efficacité mesurée de 99,95 % par oscillation. Chaque détermination est obtenue après un temps d'intégration de 20 min (correspondant aux quatre spectres). L'incertitude relative sur la valeur du rapport h/m est de $6,6 \cdot 10^{-8}$. L'incertitude statistique relative sur α déduite de l'analyse de 72 mesures est de $3,3 \cdot 10^{-9}$. La dispersion sur les $n = 72$ est estimée à travers la valeur $\chi^2/(n-1) = 1,3$.

La valeur du rapport entre la constante de Planck et la masse du rubidium 87 sans aucune correction est :

$$\frac{h}{m_{\text{Rb}}} = 4,591\,359\,237(40) \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \left[8,8 \cdot 10^{-9} \right].$$

Et la valeur de α^{-1} déduite de la formule (2) :

$$\alpha^{-1} = 137,035\,999\,59(60)^\circ [4,4 \cdot 10^{-9}].$$

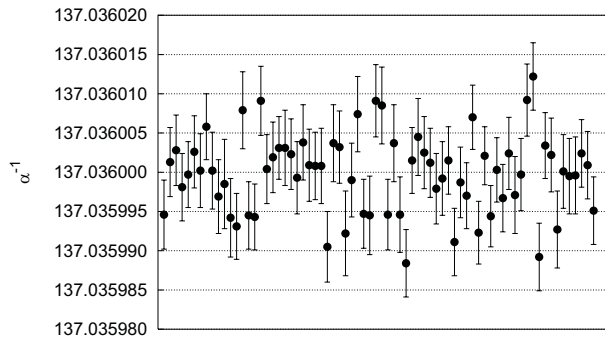


Fig. 11. – L'ensemble des 72 déterminations de α .

Dans le paragraphe suivant nous discutons les principaux effets systématiques qui entachent cette mesure et nous donnons les valeurs corrigées de ces deux grandeurs.

7. Incertitudes dues aux effets systématiques

Dans le tableau 1 nous résumons les différents effets systématiques identifiés dans notre expérience. Nous commentons dans la suite les principales contributions à l'incertitude finale.

Tableau 1

Les différents effets systématiques identifiés dans l'expérience (Correction et incertitude relative sur h/m).

Source	Correction ($\times 10^{-9}$)	Incertitude relative ($\times 10^{-9}$)
Fréquence des lasers		1,6
Alignement des faisceaux lasers	4	4
Courbure de front d'onde et phase de Gouy	16,4	8
Effet Zeeman du second ordre	-13,2	4
Force magnétique quadratique	2,6	0,8
Gradient de gravité terrestre	0,36	0,04
Déplacement lumineux (transition à 1 photon)		0,4
Déplacement lumineux (transition à 2 photons)	1,0	0,4
Déplacement lumineux (Oscillations de Bloch)	-0,92	0,4
Indice de réfraction du nuage d'atomes froids		0,6
Indice de réfraction de la vapeur atomique résiduelle	0,75	0,6
Bilan global	10,98	10,0

7.1. Les déplacements lumineux

Les faisceaux lasers Raman et Bloch sont décalés en fréquence vers le bleu par rapport à la transition à un photon. L'effet Stark dynamique induit un déplacement des niveaux hyperfins $F = 2$ et $F = 1$ vers le haut qui varie comme le rapport entre l'intensité laser et le désaccord à résonance. Le niveau $F = 1$ étant plus déplacé que le niveau $F = 2$, ceci se traduit par une diminution de l'écart hyperfin et donc par un biais sur la mesure de vitesse. Notre protocole expérimental est conçu pour minimiser ce biais. *A priori* il devrait s'annuler entre les phases de sélection et de mesure à condition qu'il soit identique durant ces deux phases de l'expérience. En raison de l'étalement du nuage d'atomes froids et de la distribution gaussienne du profil d'intensité des faisceaux lasers, l'intensité lors de la mesure est en moyenne plus faible que l'intensité à la sélection. Le biais en vitesse associé à l'expansion du nuage atomique est substantiellement réduit lors de l'inversion des sens des faisceaux Raman. Seul subsiste un résidu attribué à la variation de l'intensité lumineuse lors de l'inversion du sens des faisceaux Raman.

Dans le dispositif expérimental les faisceaux laser Raman ont des polarisations linéaires orthogonales. Ils sont acheminés par la même fibre optique, la configuration faisceaux « contra-propageants » étant réalisée par réflexion d'une seule polarisation. Néanmoins dans cette configuration, les atomes perçoivent des faisceaux co-propageants en sortie de fibre, qui certes ne sont pas résonants mais induisent un déplacement lumineux qui va dépendre de la vitesse des atomes (*via* l'effet Doppler). Cet effet est plus important pendant la phase de mesure où la vitesse des atomes est quasiment nulle (proche de résonance). Nous avons estimé une correction sur α^{-1} de $(0,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-9}$.

7.2. Effet du gradient du champ magnétique

Le gradient du champ magnétique affecte notre mesure de vitesse de deux manières différentes. D'une part à cause de l'effet Zeeman du second ordre qui induit un déplacement différentiel des niveaux d'énergie (le biais en vitesse associé n'est pas parfaitement compensé en inversant le sens des faisceaux Raman car les trajectoires atomiques ne sont pas rigoureusement identiques), d'autre part à cause de la force magnétique quadratique. Cette force est proportionnelle au gradient du champ magnétique. L'écart entre les deux trajectoires atomiques est dû au fait que le recul des atomes change de sens lorsqu'on inverse le sens des faisceaux Raman. Ceci correspond à une différence de vitesse de $4v_r$. Pour estimer ce biais sur la mesure de vitesse, nous avons réalisé la carte magnétique dans la cellule en mesurant le déplacement de niveaux d'énergie à différentes positions.

7.3. Gradient de la gravité terrestre

L'accélération locale de la gravité g induit une variation de vitesse gT (où T est l'intervalle de temps entre la sélection et la mesure). Pour s'affranchir de la mesure

de g , nous réalisons une mesure différentielle en accélérant les atomes vers le haut, puis vers le bas en maintenant le même intervalle de temps T . Cependant, à cause du gradient de g , cette compensation n'est pas parfaite et nécessite une correction sur la mesure du rapport h/m qui s'écrit :

$$\frac{m_{\text{Rb}}}{h} \Delta \left(\frac{m_{\text{Rb}}}{h} \right) = \frac{T \left(\langle z \rangle^{\text{H}} - \langle z \rangle^{\text{B}} \right)}{2v_{\text{T}} (N^{\text{H}} + N^{\text{B}})} \times \frac{\partial g}{\partial z}, \quad (13)$$

le terme $(\langle z^{\text{H}} \rangle - \langle z^{\text{B}} \rangle)$ représente la différence entre les positions moyennes des atomes dans la trajectoire du haut et celle du bas, N^{H} et N^{B} le nombre d'oscillations effectuées pour chaque trajectoire et $\frac{\partial g}{\partial z}$ est le gradient de gravité estimé à $-2g/R_{\text{T}}$ (où R_{T} est le rayon terrestre).

7.4. Effet de l'indice de réfraction

Les mesures des longueurs d'onde des faisceaux Raman et Bloch sont réalisées dans le vide. Dans le calcul du rapport h/m nous devons tenir compte de l'effet d'indice dû aux vapeurs atomiques (nuage d'atomes froids et vapeur résiduelle). Pour un désaccord à résonance Δ suffisamment grand par rapport à la largeur naturelle Γ du niveau d'énergie excité, l'indice de réfraction peut être calculé à partir de l'expression :

$$n = 1 + f \frac{3\pi}{2} \rho \frac{\Gamma}{\Delta} \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^3, \quad (14)$$

où λ est la longueur d'onde de la transition atomique, ρ la densité atomique, f la force d'oscillateur. Dans notre cas, $f = 2/3$ pour la raie D2 du rubidium.

La densité d'atomes froids a été mesurée par imagerie d'absorption en utilisant la transition à un photon $F = 2 \rightarrow F' = 3$ au moyen d'une caméra CCD. En supposant que la distribution spatiale des atomes dans la mélasse optique est gaussienne, nous avons déduit une densité $\rho = 10^{10}$ atomes/cm³ et une taille du nuage atomique d'environ 2 mm. Cependant, après la phase de sélection, seulement une fraction de 2 % d'atomes est utilisée pour la mesure du rapport h/m . La densité de la vapeur résiduelle est estimée à $8 \cdot 10^8$ atomes/cm³ en utilisant la méthode d'absorption directe. Les calculs donnent une correction due à l'indice de réfraction négligeable.

7.5. Courbure des fronts d'onde et phase de Gouy

Les oscillations de Bloch reposent sur le transfert d'impulsions de photon ($\hbar k$) vers les atomes. Quand l'atome subit N oscillations de Bloch, on suppose qu'il a acquis une impulsion globale $2N\hbar k = 2N\hbar v/c$, où v est la fréquence du laser Bloch et c la célérité de la lumière. Cette écriture suppose que les atomes sont soumis à une onde plane. En pratique nous utilisons des faisceaux laser de taille finie et dont le profil d'intensité est gaussien. Il est donc nécessaire d'évaluer le vecteur d'onde effectif perçu par les atomes en tenant compte des corrections

dues à la phase de Gouy et à la courbure des fronts d'onde. La phase de Gouy est responsable du changement de phase de π au foyer d'un faisceau laser gaussien. Elle est attribuée à la dispersion des vecteurs d'onde qui constituent le faisceau gaussien. Un faisceau laser gaussien peut être décrit par une superposition d'ondes planes, où chaque onde a un vecteur d'onde k qui vérifie la relation de propagation $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2/c^2$ (ω est la pulsation du laser). La relation entre la composante k_z et la composante transverse k_{\perp} s'écrit :

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_{\perp}^2} \approx \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{k_{\perp}^2}{2k^2} \right), \quad (15)$$

A cause de cette dispersion, la valeur moyenne de k_z le long de l'axe de propagation est inférieure à ω/c . La valeur du vecteur d'onde effectif perçu par les atomes est obtenue directement par la dérivée $\frac{d\Phi}{dz}$ de la phase du champ laser (mode fondamental) [20, 21], elle vaut :

$$k_{\text{eff}} = \frac{d\Phi}{dz} = k - \frac{2}{kw(z)^2} \left(1 - \frac{r^2}{w(z)^2} \left[1 - (2z/b)^2 \right] \right), \quad (16)$$

Le paramètre confocal $b = k w_0^2$, w_0 représente le rayon du faisceau laser au point de focalisation et $w(z)$ le rayon du faisceau laser à une distance z de ce point de focalisation. Le premier terme de la correction correspond à la phase de Gouy et le second terme à l'effet de courbure des fronts d'onde. Pour évaluer ces corrections nous avons mesuré la taille w_0 et la courbure des différents faisceaux laser à l'aide d'un analyseur de front d'onde de type Shack-Hartman. L'effet de la courbure de front d'onde dépend également de la taille moyenne du nuage d'atomes froids que nous avons mesuré à l'aide de la technique d'imagerie par absorption. Finalement l'effet de courbure du front d'onde et de la phase de Gouy est estimé à $(16,4 \pm 8) \cdot 10^{-9}$ sur h/m . Cet effet représente la principale contribution à notre budget d'incertitude.

8. Conclusion sur la détermination de la constante de structure fine α

Le tableau 1 résume les effets systématiques identifiés dans notre expérience ainsi que leur contribution à l'incertitude sur la détermination du rapport h/m . La principale contribution au budget d'incertitude ($9 \cdot 10^{-9}$) est imputée aux paramètres géométriques des faisceaux lasers (rayon de courbure, taille, alignement) qui ont été mesurés *a posteriori*. La contribution du champ magnétique résiduel a été estimée en réalisant la carte du champ magnétique dans l'enceinte. Cette incertitude peut être réduite en utilisant un blindage magnétique adapté. La valeur du rapport h/m_{Rb} qui tient compte de l'ensemble des corrections est donnée par :

$$\frac{h}{m_{\text{Rb}}} = 4,591\,359\,29(6) \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \quad [1,3 \cdot 10^{-8}].$$

La valeur finale de α^{-1} est alors égale à :

$$\alpha^{-1} = 137,035\,998\,84(91)^\circ [6,7 \cdot 10^{-9}].$$

9. Oscillations de Bloch dans une onde stationnaire verticale : mesure de l'accélération locale de la gravité

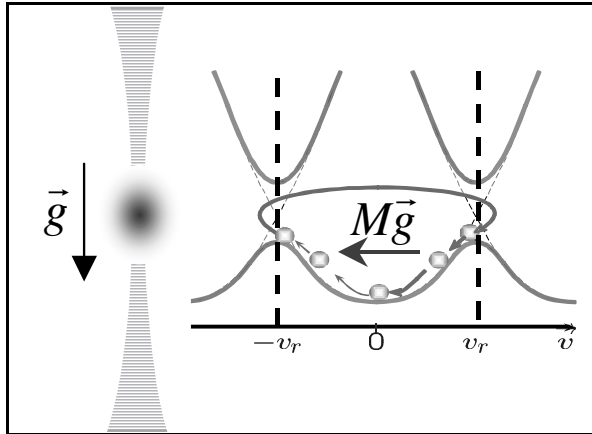


Fig. 12. – Oscillations de Bloch dans une onde stationnaire verticale. L'accélération locale de la gravité joue le rôle de la force extérieure constante.

Une application élégante des oscillations de Bloch consiste à utiliser une onde stationnaire verticale. Dans ce cas, la force exercée par la gravité g , joue le rôle de la force extérieure. L'atome, initialement au repos (vitesse nulle), tombe sous l'effet de l'accélération de la gravité g jusqu'à l'instant où il devient résonant avec l'onde stationnaire. Il subit alors une transition Raman et acquiert deux fois la vitesse de recul, ce qui compense la variation de vitesse induite par g . Ce cycle se répète et l'atome oscille ainsi localement avec une période τ_B :

$$\tau_B = \frac{2v_r}{g} = \frac{h}{mg} \times \frac{v}{c} \quad (17)$$

Cette période correspond au temps nécessaire pour que l'accélération de la gravité compense la variation de vitesse induite par une oscillation de Bloch *i.e.* $2v_r$. Cette configuration est illustrée sur la figure 12 en utilisant une présentation de structure de bande d'énergie (inspirée de la physique du solide). Une illustration équivalente fondée sur le diagramme énergie-impulsion est donnée dans la référence [22].

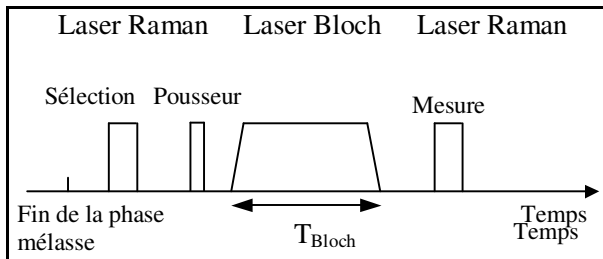


Fig. 13. – Séquence temporelle pour observer les oscillations de Bloch dans une onde stationnaire verticale.

La mesure de la période des oscillations de Bloch permet de déduire soit la vitesse de recul, soit l'accélération de la gravité g si l'on suppose v_r connue par ailleurs. L'amplitude spatiale des oscillations est très

faible, inférieure à $1 \mu\text{m}$ avec nos paramètres expérimentaux [16, 23]. La période de Bloch permet ainsi de déterminer l'accélération locale de la gravité.

Le principe de la mesure est illustré par la figure 13 : à la fin de la phase mélasse, on applique une impulsion laser π pour sélectionner une classe de vitesse sub-recul dans le niveau hyperfin $F = 1$. Le niveau $F = 2$ est ensuite nettoyé par le faisceau pousseur, on branche l'onde stationnaire pendant un temps variable T_{Bloch} , puis on mesure la vitesse finale des atomes à l'aide d'une autre impulsion π . Pour enregistrer la distribution de vitesse finale, nous répétons ce cycle en balayant la fréquence des faisceaux Raman pendant la phase de mesure, ce qui donne un point sur la courbe présentée sur la figure 14. Cette courbe présente la variation du centre de la distribution de vitesse finale des atomes (en unités de $2v_r$) en fonction de la durée de l'onde stationnaire. La forme en dents de scie est la signature des oscillations de Bloch. On détermine la période de Bloch à partir de deux points (t_1, v_1) et (t_2, v_2) correspondant à la même vitesse finale (ces deux points sont séparés par un multiple de la période de Bloch) :

$$\tau_B = \frac{t_2 - t_1}{N_2 - N_1} = \frac{h}{mg} \times \frac{v}{c} \quad (18)$$

où N_1 (respectivement N_2) est le nombre d'oscillations effectuées au bout d'un temps d'interaction t_1 (respectivement t_2). L'incertitude relative sur τ_B pour 55 oscillations de Bloch est de $2 \cdot 10^{-6}$ correspondant à une incertitude relative équivalente sur g [23].

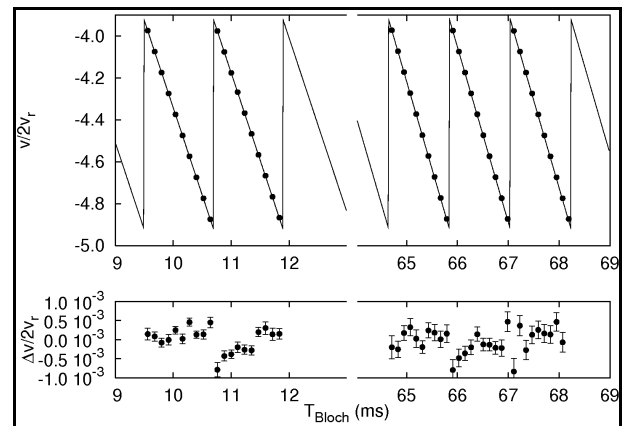


Fig. 14. – Variation du centre de la distribution de vitesse finale (rapportée à $2v_r$) en fonction du temps d'interaction avec l'onde stationnaire verticale. La forme en dents de scie est la signature des oscillations de Bloch. Les points expérimentaux sont ajustés par un ajustement du type des moindres carrés. En dessous : les écarts résiduels entre les valeurs expérimentales et les ajustements.

Ce résultat n'est certainement pas compétitif avec les gravimètres à atomes froids basés sur le principe de l'interférométrie atomique. L'incertitude statistique sur notre mesure est principalement limitée par le nombre d'oscillations de Bloch. En effet, dans cette configuration, la valeur de la période de Bloch est imposée par la vitesse de recul et l'accélération de la gravité. Dans le cas du

rubidium elle vaut environ 1,18 ms. Augmenter le nombre d'oscillations implique un temps d'interaction avec l'onde stationnaire important. Dans notre dispositif expérimental actuel, à ces échelles de temps (~ 70 ms), le taux de collisions dans la vapeur résiduelle ainsi que les vibrations dégradent le rapport signal à bruit. Par ailleurs environ 20 000 oscillations de Bloch ont été observées dans un condensat de Bose-Einstein [24]. Ce qui nous permet d'espérer un gain de deux ordres de grandeur, soit potentiellement une incertitude relative de 10^{-8} sur g . Dans le paragraphe suivant nous discuterons une application de cette méthode pour déterminer la constante d'Avogadro.

10. Vers une nouvelle réalisation de la constante d'Avogadro

Le nombre d'Avogadro a été choisi arbitrairement égal au nombre d'atomes, supposés isolés, au repos et dans leur état fondamental, contenus dans 0,012 kg de carbone 12. La constante d'Avogadro désigne ce même nombre rapporté à une mole, elle est exprimée en mol^{-1} . Cette constante peut s'écrire de façon générique comme le rapport entre la masse molaire $M_{\text{mol}}(\text{X})$ et la masse atomique $m(\text{X})$ d'un élément X :

$$N_A = \frac{M_{\text{mol}}(\text{X})}{m(\text{X})}. \quad (19)$$

Un projet international a été développé depuis plusieurs années pour la détermination de N_A à partir du volume molaire d'une sphère de silicium. Les derniers résultats publiés donnent une incertitude relative de $3,1 \cdot 10^{-7}$, limitée par la pureté isotopique du bloc de silicium et la mesure de la distance entre les plans réticulaires du cristal [25]. Les développements en cours annoncent une incertitude relative de $2 \cdot 10^{-8}$ [26]. Ces performances seraient tout à fait favorable pour une redéfinition du kilogramme. Celui-ci serait alors défini à partir de la masse d'une particule élémentaire, en fixant le nombre d'Avogadro [27]. Dans ce contexte, il serait intéressant d'envisager une nouvelle détermination de N_A en utilisant une méthode différente. Notre idée repose sur l'expression suivant de N_A , issue directement de l'équation (19) :

$$N_A = \left[\frac{g}{h} \right] \times \left[\frac{h}{m(\text{X})g} \right] \times A_r(\text{X})M_u. \quad (20)$$

$A_r(\text{X})$ est la masse atomique relative de la particule X et M_u est la constante de masse molaire ($M_u = 10^{-3}$ kg/mol).

Dans ce cas, d'une part, la quantité $[h/m(\text{X})g]$ serait déterminée à partir de la mesure de la période des oscillations de Bloch dans une onde stationnaire [23]. D'autre part, la quantité $[g/h]$ peut être mesurée à l'aide de la balance du watt.

En pratique, la quantité déduite de la balance de watt est plutôt $[R_K K_J^2 g]$, où R_K représente la constante de Von Klitzing caractéristique de l'effet Hall quantique et K_J la constante de Josephson. Les modèles théoriques développés en physique du solide pour décrire l'effet Hall quantique et l'effet Josephson prédisent les relations (21) :

$$K_J = \frac{2e}{h} \quad R_K = \frac{h}{e^2}. \quad (21)$$

Si l'on exprime N_A en fonction des grandeurs physiques mesurées on obtient la relation suivante

$$N_A = \left[\frac{K_J^2 R_K g^{(w)}}{4} \right] \times \left[\frac{h}{m(\text{X})g^{(a)}} \right] \times \left[\frac{g^{(a)}}{g^{(w)}} \right] A_r(\text{X})M_u \quad (22)$$

Seule la mesure du transfert de g entre le site de la balance du watt $g^{(w)}$ et celui où ont lieu les oscillations de Bloch $g^{(a)}$ est nécessaire. Ce transfert peut être déterminé précisément avec des gravimètres relatifs [28]. La comparaison de la valeur de N_A issue de cette nouvelle méthode avec celle fournie par le programme « Silicium » permettrait de tester la relation $K_J^2 R_K = 4/h$ avec un niveau d'incertitude inédit de quelques 10^{-8} [29].

11. Conclusion et perspectives

Dans cette expérience nous avons mis en œuvre un protocole expérimental pour mesurer des vitesses atomiques avec une incertitude de mesure de 10^{-4} fois la vitesse de recul d'un atome sur un temps d'intégration de 5 min. Cette mesure de vitesse repose sur les transitions Raman sélectives en vitesse. Nous avons également étudié les oscillations de Bloch dans un réseau optique accéléré. Ces oscillations permettent de transférer un nombre élevé d'impulsions de photon avec une efficacité de 99,97 % par impulsion. Nous avons exploité ces deux outils pour mesurer le rapport h/m entre la constante de Planck et la masse d'un atome de rubidium. Au final, cette mesure est déduite uniquement de mesures de fréquence. La valeur de h/m_{Rb} est utilisée pour déterminer une nouvelle valeur de la constante de structure fine α avec une incertitude relative de $6,7 \cdot 10^{-9}$. Notre valeur de α constitue la seconde contribution à l'ajustement de la valeur de la constante structure fine recommandée par le Codata 2006. La valeur issue de la mesure de l'anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron représente la contribution principale à cette valeur mais elle dépend fortement de l'électrodynamique quantique. Nous avons également étudié les oscillations de Bloch dans une onde stationnaire verticale, dans laquelle, sous l'effet de l'accélération de la gravité g , les atomes oscillent localement avec une période égale $2v_r/mg$. De la mesure de cette période, nous avons déduit l'accélération locale de la gravité. L'incertitude relative sur g n'est actuellement pas compétitive avec les gravimètres dont le principe est fondé sur l'interférométrie atomique. Cependant un examen attentif des limites de notre dispositif expérimental ainsi que les travaux réalisés dans d'autres groupes, nous permettent d'espérer une incertitude potentielle de 10^{-8} sur la mesure de g . Nous avons également proposé d'associer cette méthode à l'expérience de la balance du watt pour réaliser une nouvelle détermination de la constante d'Avogadro.

A ce jour, l'incertitude sur α n'est pas limitée par des aspects fondamentaux de la méthode expérimentale. Nous sommes limités par la géométrie de l'enceinte à vide, le mode de production de l'échantillon d'atomes froids, les

vibrations ainsi que le champ magnétique résiduel. Nous sommes en train de construire une nouvelle enceinte à vide dans laquelle le piège magnéto-optique est chargé par un jet d'atomes froids produit dans un piège magnéto-optique à deux dimensions dans une enceinte annexe. Cette cellule sera munie d'un blindage magnétique et elle sera également installée sur une plateforme anti-vibrations. Grâce à ces améliorations, nous espérons atteindre une incertitude relative de 10^{-9} sur α et de 10^{-8} sur g . En parallèle, nous testons une nouvelle méthode expérimentale qui porte sur la combinaison des oscillations de Bloch avec l'interférométrie atomique, l'objectif étant de mettre en œuvre une nouvelle génération d'interféromètres atomiques dotés d'une sensibilité plus élevée.

Remerciements

Ce projet bénéficie du support financier du Laboratoire national de métrologie et d'essais (Ex. Bureau national de métrologie) (Contrat n°033006) et de l'Agence nationale de la recherche (ANR. FISCOM), ANR-06-BLAN-0192. Le séjour post-doctoral de E. de Mirandes a été financé par l'Institut Francilien des Atomes Froids (IFRAF).

Références

- [1] SOMMERFELD A., *Ann. Phys.*, Lpz., **51**, 1, 1916.
- [2] MOHR P., TAYLOR B.N. et NEWELL D.B., *Rev. Mod. Phys.*, **80**, 2008, 633.
- [3] ODOM B., HANNEKE D., D'URSO B. et GABRIELSE G., *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 2006, 03081 – GABRIELSE G., HANNEKE D., D'URSO B., NIO M. et ODOM B., *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 2006, 03082 – GABRIELSE G., HANNEKE D., KINOSHITA T., NIO M. et ODOM B., *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 2006, 03082.
- [4] VAN DYCK R.S., SCHWINBERG P. et DEHMEL H.G., *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 1987, 26 – ODOM B., HANNEKE D., D'URSO B. et GABRIELSE G., *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 2006, 03081.
- [5] HANNEKE D., FOGWELL S. et GABRIELSE G., *Phys. Rev. Lett.*, **100**, 2008, 120801.
- [6] TRAPON G., THÉVENOT O., LACUEILLE J.-C. et POIRIER W., *Metrologia*, **40**, 2003, 159 – TRAPON G., THÉVENOT O., LACUEILLE J.-C., POIRIER W., FHIMA H. et GENEVÈS G., *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **50**, 2001, 572.
- [7] TAYLOR B., *Metrologia*, **31**, 1994, 181.
- [8] UDEM TH., HUBER A., GROSS B., REICHERT J., PREVEDELLI M., WEITZ M. et HÄNSCH T.W., *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 1997, 2646.
- [9] SCHWOB C., JOZEFOWSKI L., DE BEAUVOIR B., HILICO L., NEZ F., JULIEN L., BIRABEN F., ACEF O., CLAIRON A. et al., *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 1999, 4960.
- [10] BEIR T., HÄFFNER H., HERMANSFAN N., KARSHENBOIM S.G., KLUGE H.J., QUINT W., STHAL S., VERDÜ J. et WERTH G., *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 2002, 011603.
- [11] BRADLEY M.P., PORTO J.V., RAINVILLE S., THOMPSON J.K. et PRITCHARD D.E., *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 1999, 4510.
- [12] WICHT A., HENSLEY J.M., SARAJILIC E. et CHU S., *Physica Scripta*, **T102**, 2002, 82.
- [13] CLADÉ P., DE MIRANDES E., CADORET M., GUELLATI-KHÉLIFA S., SCHWOB C., NEZ F., JULIEN L. et BIRABEN F., *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 2006, 033001-1.
- [14] HALL J.L., BORDÉ CH.J. et UEHARA K., *Phys. Rev. Lett.*, **37**, 1976, 1339.
- [15] CLAIRON A. et al, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **44**, 1996, 1550.
- [16] BEN DAHAN M., PEIK E., REICHEL J., CASTIN Y. et SALOMON C., *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 1996, 4508.
- [17] BORDÉ CH., "The Physics of optical frequency standards using saturation methods", In frequency standards and Metrology (A. De Marchi, ed.), *Springer-Verlag*, 1989.
- [18] TOUAHRI D., ACEF O., CLAIRON A., ZONDY J.-J., FELDER R., HILICO L., DE BEAUVOIR B., BIRABEN F. et NEZ F., *Opt. Commun.*, **133**, 1997, 417.
- [19] DE BEAUVOIR B., SCHWOB C., ACEF O., JOZEFOWSKI L., HILICO L., NEZ F., JULIEN L., CLAIRON A. et BIRABEN F., *Eur. Phys. J. D.*, **12**, 2000, 61.
- [20] KOGELNIK H. et LI T., *Applied Optics.*, **5**, 1996, 1550.
- [21] BORDÉ CH.J., HALL J.L., KUNASZ C.V. et HUMMER D.G., *Phys. Rev.*, **14**, 1976, 236-263.
- [22] IMPENS F., BOUYER P., BORDÉ CH.J., *Appl. Phys. B*, **84**, 2006, 603-615.
- [23] CLADÉ P., GUELLATI-KHÉLIFA S., SCHWOB C., NEZ F., JULIEN L. et BIRABEN F., *Europhys. Lett.*, **71**, 2005, 730.
- [24] GUSTAVSSON M., HALLER E., MARK M.J., DANZL J.G., ROJAS-KOPEINIG G., et NÄGERL H.C., *Phys. Rev. Lett.*, **100**, 2008, 080404.
- [25] FUJII K., WASEDA A., KURAMOTO N., MIZUSHIMA S., BECKER P., BETTIN H., NICOLAUS A., KUETGENS U., VALKERS S., TAYLOR P., DE BIEVRE P., MANA G., MASSA E., MATYI R., KESSLER E.G. et JR HANKE M., *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **54**, 2005, 854.
- [26] BECKER P., DOWNES S., FUJII K., KENNY M., MANA G., MATYI R., PICARD A. et TAYLOR P., *CPEM 2004*, 145-6.
- [27] BORDÉ CH.J., « La lettre de l'Académie des sciences », **20**, 2007, 21-27.
- [28] VITUSHKIN L., BECKER M., JIANG Z., FRANCIS O., VAN DAM T.M., FALLER J., CHARTIER J.-M., AMALVICT M., BONVALOT S., DEBEGLIA N., DESOGUS S., DIAMENT M., DUPONT F., FALK R., GABALDA G., GAGNON C.G.L., GATTACCECA T., GERMAK A., HINDERER J., JAMET O., JEFFRIES G., KÄKER R., KOPAEV A., MIARD J., LINDAU A., LONGUEVERGNE L., LUCK B., MADERAL E.N., MÄKINEN J., MEURERS B., MIZUSHIMA S., MRLINA J., NEWELL D., ORIGLIA C., PUJOL E.R., REINHOLD A., RICHARD PH., ROBINSON I.A., RUESS D., THIES S., VAN CAMP M., VAN RUYMBEKE M., DE VILLALTA COMPAGNI M.F. et WILLIAMS S., *Metrologia*, **39**, 2002, 407-424.
- [29] BIRABEN F., CADORET M., CLADÉ P., GENEVÈS G., GOURNAY P., GUELLATI-KHÉLIFA S., JULIEN L., JUNCAR P., DE MIRANDES E. et NEZ F., *Metrologia*, **43**, 2006, L47-50.

Article reçu le 3 mars 2008 ; version révisée reçue le 30 juillet 2008.