

Méthode acoustique pour la détermination de la constante de Boltzmann

Acoustic method for the determination of the Boltzmann constant

Cécile GUIANVARCH¹, Laurent PITRE¹, Fernando SPARASCI¹, Arnaud GUILLOU¹, Daniel TRUONG¹, Yves HERMIER¹, Michel BRUNEAU² et Anne-Marie BRUNEAU²

¹ Institut national de métrologie (LNE-INM), CNAM, 61 Rue du Landy, 93210 La Plaine Saint Denis, France, cecile.guianvarch@cnam.fr.

² Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM), UMR CNRS 6613, Av. Olivier Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 9, France.

Résumé

La communauté internationale des métrologues cherche depuis peu à définir le kelvin à partir d'une constante fondamentale dont la valeur numérique serait figée, comme il a été fait pour le mètre dès 1983. Cette constante est la constante de Boltzmann (k) reliée au quantum d'énergie d'agitation thermique kT , T étant la température thermodynamique.

Dans la méthode dont il est question ici, la valeur de k est déduite de la mesure de la vitesse du son dans un gaz rare en cavité fermée. Tous les paramètres de l'expérience (pureté du gaz, pression statique, température de l'ensemble, forme exacte de la cavité, mesure de signaux acoustiques) doivent être maîtrisés avec une grande exactitude. Il en va de même pour les modèles théoriques desquels sont déduits les termes correctifs à appliquer aux résultats expérimentaux.

La nouvelle détermination mise en œuvre au LNE-INM/Cnam, si elle reprend le principe de la méthode développée au NIST par Moldover en 1988 [1] (qui a conduit à la détermination de la constante de Boltzmann la plus précise à l'heure actuelle), introduit néanmoins des modifications et améliorations fondamentales dans la mesure des paramètres permettant d'accéder à k .

MOTS CLÉS : MÉTROLOGIE, TEMPÉRATURE, CONSTANTE DE BOLTZMANN, ACOUSTIQUE, THERMODYNAMIQUE, ÉLECTRO-MAGNÉTISME

Abstract

The international community in metrology has recently started to look for basing the definition of the kelvin on a fundamental constant, whose value would be fixed, as it has been done in 1983 for the meter. Such fundamental constant is the Boltzmann constant k , related to the quantum of energy kT , where T thermodynamic is the temperature.

In the method described here, the value of k is derived from the measure of the speed of sound in a noble gas in a closed cavity. All the parameters of the experiment (gas purity, static pressure, temperature of

the device, exact shape of the cavity, measurement of acoustic signals). The same accuracy is required for the theoretical models from which the correction terms to be applied on the experimental results are derived.

The new determination carried out at the LNE-INM/Cnam keeps the basic principles of the acoustic method and experiment done at NIST by Moldover in 1988 (which has led to the most accurate determination of the Boltzmann constant until now). However several fundamental modifications and improvements have been provided in this new experiment for the measurement of the parameters on which the value of k depends.

KEY WORDS: METROLOGY, TEMPERATURE, BOLTZMANN CONSTANT, ACOUSTIC, THERMODYNAMIC, ELECTROMAGNETISM.

1. Introduction

1.1. Révision du Système international d'unités

Depuis les 10^e et 11^e Conférences générales des poids et mesures (CGPM), en 1954 et 1960, les définitions de l'échelle et de l'unité de température thermodynamique reposent sur un point fixe fondamental : le point triple de l'eau dont la valeur est fixée à 273,16 K [2, 3].

Ainsi, l'unité de température, le kelvin, est définie sur la base d'un artefact, la cellule au point triple de l'eau, dont la définition et les spécifications ont évolué dans le temps avec une incertitude de réalisation non négligeable.

Par ailleurs, il est important de remarquer que les températures générées par différentes cellules au point

triple de l'eau sont sujettes à divers facteurs d'influence, les plus importants étant :

- la pression effective dans la cellule, qui peut augmenter si la cellule comporte des micro-fissures ;
- la présence d'impuretés due à l'attaque par l'eau ultrapure du matériau (verre) composant la cellule ;
- la composition isotopique de l'eau, qui est difficile à connaître avec exactitude.

A cause de ces différents facteurs, l'incertitude sur le point de référence que constitue le point triple de l'eau ne pourra vraisemblablement pas être réduite au delà de l'incertitude actuelle qui est de 100 μ K, ce qui reste supérieur aux différences de températures qui peuvent être détectées avec les thermomètres actuels (de l'ordre de quelques microkelvin). A l'heure actuelle, une telle référence n'est donc plus satisfaisante pour une unité de base du Système international d'unités.

Par delà, le fait que la définition d'une unité soit basée sur un artefact (point triple de l'eau pour l'unité de température, prototype international du kilogramme pour l'unité de masse) est problématique dans la mesure où l'incertitude sur cette unité est liée à l'artefact uniquement et se répercute sur les autres unités qui en découlent. Ainsi, les 11^e et 20^e CGPM ont-elles recommandé de redéfinir le Système International d'unités à partir de constantes fondamentales de la physique dont les valeurs seraient fixées [4, 5], comme il a été fait pour le mètre, dont la définition est basée sur une valeur fixe de la vitesse de la lumière depuis 1983 [6].

Dans ce cadre, le kelvin doit être redéfini à partir de la constante de Boltzmann, k , reliant la température thermodynamique au quantum d'énergie d'agitation thermique, ce qui aurait comme principal avantage de ne favoriser aucune température ni aucune méthode pour sa mesure, alors qu'actuellement, il est encore nécessaire de référer toute mesure de température (des basses températures à la pyrométrie) à 273,16 K. Cependant, afin qu'une telle re-définition puisse être réalisée, il est nécessaire :

- qu'une incertitude suffisamment faible soit obtenue sur la valeur de la constante de Boltzmann, i.e. de l'ordre de $1 \cdot 10^{-6}$ en valeur relative ;
- qu'un consensus international puisse être établi sur la base des valeurs issues d'un nombre suffisant de laboratoires nationaux de métrologie.

1.2. Méthodes pour la détermination de la constante de Boltzmann

Historiquement, en 1976, le NPL proposa une valeur de la constante des gaz parfaits, R , (reliée à k par la constante d'Avogadro), obtenue par une méthode acoustique en cavité cylindrique [7], avec une incertitude relative de $8,4 \cdot 10^{-6}$ mais dont la valeur présentait une différence relative de $159 \cdot 10^{-6}$ avec une valeur obtenue précédemment, celle-ci étant entachée d'une incertitude relative de $31 \cdot 10^{-6}$. Le NIST décida par la suite d'entreprendre des recherches en vue d'une détermination

de R par une méthode acoustique différente, aboutissant en 1988, à la proposition de la valeur actuellement admise comme la plus exacte [1].

La valeur de R est égale à $8,314\,472(15) \text{ J mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ [8], associée à une incertitude relative (facteur d'élargissement égal à 1) de $1,7 \cdot 10^{-6}$. Cette valeur conduit à la valeur de k suivante :

$$k = 1,380\,650\,3(24) \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1},$$

à laquelle est associée une incertitude relative de $1,8 \cdot 10^{-6}$.

Compte tenu des avancées technologiques et théoriques effectuées durant les deux dernières décennies, il apparaît que cette méthode acoustique en cavité est encore perfectible pour la détermination de la constante de Boltzmann et susceptible de conduire à une valeur de k avec l'incertitude requise dans le cadre de la redéfinition du kelvin. Pour cette raison, bien qu'étant une méthode indirecte, elle est reprise actuellement par différents laboratoires de métrologie, en particulier en Europe.

D'autres méthodes susceptibles aussi de conduire à une valeur de k avec une faible incertitude sont également mises en œuvre pour la détermination de la constante de Boltzmann dans différents laboratoires de métrologies.

- L'une d'elles repose sur la mesure de la variation de la permittivité diélectrique d'un gaz en fonction de sa densité (i.e. de sa pression statique), ces quantités étant reliées à la constante de Boltzmann par la relation suivante, au premier ordre,

$$P = \frac{N_A k T}{A_\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon - 2},$$

où P est la pression statique du gaz, N_A la constante d'Avogadro, ε la permittivité diélectrique relative et A_ε la polarisabilité molaire du gaz.

Des calculs *ab initio* donnent la valeur de A_ε pour l'hélium uniquement avec une incertitude relative de 10^{-7} . La permittivité diélectrique relative du gaz peut être déterminée par des mesures utilisant un « *cross capacitor* », un résonateur optique ou un résonateur électromagnétique. Quelle que soit la méthode choisie, il est nécessaire de connaître la compressibilité isotherme de l'instrument, et de mesurer la pression statique avec une incertitude relative de 10^{-6} .

- Une autre méthode consiste à mesurer la largeur d'une raie d'absorption d'une vapeur atomique ou moléculaire à l'équilibre thermodynamique. Cette raie est enregistrée par spectroscopie d'absorption linéaire. A basse pression elle est très proche d'une Gaussienne dont la largeur totale à mi-hauteur Δ est dominée par l'effet Doppler lié à l'agitation thermique des atomes ou des molécules :

$$\Delta = 2\sqrt{\ln(2)} \nu \frac{u}{c_0},$$

où ν est la fréquence laser, c_0 la vitesse de la lumière et u la vitesse transverse (au faisceau laser) la plus probable.

Le laser sonde donc deux degrés de liberté de translation des atomes ou des molécules, ce qui conduit à la relation suivante :

$$\frac{1}{2}mu^2 = kT ,$$

m étant la masse de l'atome ou de la molécule. La fréquence laser pouvant être connue aisément à mieux que 10^{-13} , la mesure de la largeur de raie est en fait une mesure du quantum d'énergie kT . Cette méthode donne ainsi un accès direct à kT/m [9].

Le LNE-INM/Cnam collabore avec le Laboratoire de Physique des Lasers (UMR CNRS 7538) de l'Université Paris 13 à une expérience mettant en œuvre cette dernière méthode.

2. Méthode acoustique pour la détermination de la constante de Boltzmann

2.1. Bases théoriques de la méthode

Dans un gaz réel, la vitesse du son, c_{ac} , est dépendante de la pression statique et s'écrit sous la forme :

$$c_{ac}^2 = \gamma \frac{RT}{M} (1 + \beta_2(T)P + \beta_3(T)P^2 + \dots), \quad (1)$$

où P est la pression statique, T la température thermodynamique, M la masse molaire, γ le rapport des capacités calorifiques à pression et à volume constants, et les β_i sont les i^e coefficients du viriel.

Ce développement (1) fait apparaître que la vitesse du son ne dépend qu'au deuxième ordre de la pression statique du gaz. Ainsi, la détermination acoustique de la constante de Boltzmann présente l'avantage de dépendre peu de la mesure de la pression statique qui est actuellement encore impossible à obtenir avec une incertitude relative inférieure à $1 \cdot 10^{-6}$.

Par suite, en extrapolant le développement (1) à pression statique nulle, compte tenu de ce que $\gamma = 5/3$ pour un gaz monoatomique et $R = kN_A$, il vient :

$$\lim_{P \rightarrow 0} c_{ac}^2 = \frac{5}{3} \cdot \frac{kT}{m}, \quad (2)$$

$m = N_A M$ étant la masse atomique d'un gaz rare mono-isotopique tel que l'hélium.

La vitesse du son dans un gaz en cavité fermée est reliée aux fréquences de résonance acoustiques f_{ln}^{ac0} et aux valeurs propres acoustiques k_{ln}^{ac} de la cavité. Dans le cas particulier d'une cavité sphérique de rayon a , elle est donnée par :

$$c_{ac} = \frac{2\pi f_{ln}^{ac0}}{k_{ln}^{ac}} = \frac{f_{ln}^{ac0}}{z_{ln}^{ac}} 2\pi a, \quad (3)$$

où $z_{ln}^{ac} = k_{ln}^{ac} a$ est la n^e racine de $j_l'(z) = 0$, avec $j_l(z)$ la fonction de Bessel sphérique d'ordre l .

La vitesse du son dans un gaz peut ainsi être déterminée expérimentalement en mesurant les fréquences de résonance acoustique d'une cavité sphérique dont le rayon est connu.

En faisant usage de la relation (3) dans l'équation (2) et en effectuant une moyenne (notée $\langle \rangle$) sur plusieurs modes ln , il vient :

$$k = \left\langle \frac{3}{5} \frac{m}{T} \left(\frac{2\pi a}{z_{ln}^{ac}} \right)^2 \lim_{p \rightarrow 0} (f_{ln}^{ac0})^2 \right\rangle. \quad (4)$$

Cette expression (4) montre donc que la mesure des fréquences de résonance acoustiques, extrapolées à pression statique nulle, d'une cavité sphérique de rayon a connu, remplie d'un gaz dont la température et la masse atomique sont également connues permet d'accéder à la valeur de la constante de Boltzmann.

L'expression (4), faisant intervenir les fréquences de résonance acoustiques, f_{ln}^{ac0} , n'est valable que dans des conditions de propagations « idéales » (cavité parfaitement sphérique, gaz non dissipatif, parois uniformes et parfaitement réfléchissantes...); ce qui impose, en pratique, d'appliquer des corrections, notées Δf_{ln}^{ac} , aux valeurs mesurées des fréquences de résonance acoustiques, f_{ln}^{ac} . L'équation (4) s'écrit alors :

$$k = \left\langle \frac{3}{5} \frac{m}{T} \left(\frac{2\pi a}{z_{ln}^{ac}} \right)^2 \lim_{p \rightarrow 0} (f_{ln}^{ac} + \Delta f_{ln}^{ac})^2 \right\rangle. \quad (5)$$

Quatre principales causes d'incertitudes sont mises en avant par l'expression (5) :

- l'uniformité et la stabilité thermique de l'ensemble résonateur / gaz ;
- la détermination de la masse molaire du gaz ;
- la détermination du volume (ou d'un « rayon moyen ») de la cavité ;
- la modélisation et la validation des corrections Δf_{ln}^{ac} à appliquer compte tenu des imperfections des conditions de propagation des ondes acoustiques.

L'objectif de chaque expérience réalisée jusqu'à présent dans différents laboratoires de métrologie pour déterminer k a été de réduire l'influence de ces sources d'erreur, sans augmenter l'effet d'autres ou d'en ajouter.

2.2. Précédente détermination de la constante de Boltzmann [1] et analyse critique

La méthode acoustique mise en œuvre il y a vingt ans au NIST pour la détermination de la constante des gaz parfaits R et, par delà, de la constante de Boltzmann repose sur la relation (2).

La vitesse du son est déterminée dans une cavité sphérique, de rayon connu, remplie de gaz à température statique fixe, et à plusieurs valeurs de la pression statique. L'extrapolation des résultats de mesure à pression statique nulle conduit ensuite à la valeur de k (éq. 5).

2.2.1. Expérience

Contrairement à l'expérience réalisée en 1976, reposant sur la mesure de fréquences de résonances acoustiques en cavité cylindrique de longueur variable [7], c'est une forme sphérique et non pas cylindrique qui avait été retenue pour le résonateur acoustique. En effet, les facteurs de qualité de telles cavités sont environ dix fois supérieurs à ceux d'une cavité cylindrique, ce qui permet de réduire les incertitudes sur les mesures de fréquences de résonance. Dans ce résonateur sphérique, constitué de deux demi-coques, d'un volume nominal de 3 dm³ en inox rempli d'argon gazeux, sont mesurées les fréquences de résonances acoustiques de différents modes radiaux à l'aide de microphones électrostatiques de type ¼ pouce, l'un utilisé comme source, l'autre comme capteur.

Aux fréquences de résonance de modes radiaux, le champ de pression est supposé ici indépendant de l'angle. Les positions relatives des différentes perturbations localisées en paroi de la cavité sont donc supposées indifférentes. Ainsi la position des transducteurs acoustiques est-elle choisie arbitrairement.

2.2.2. Thermométrie

L'expérience est réalisée à la température statique $T = 273,16$ K (température du point triple de l'eau). Toute autre température nécessiterait l'usage de termes correctifs, conduisant à des incertitudes supplémentaires. Grâce au thermostat dans lequel est placé le résonateur acoustique, cette température est maintenue avec une dérive inférieure à 0,1 mK/h.

Cependant, il existe une différence de température non négligeable (de 0,5 mK à 0,7 mK) entre les deux thermomètres « capsules », placés chacun à un pôle de la cavité sphérique. En effet, le pôle nord du résonateur est plus exposé que le pôle sud au rayonnement des parties du thermostat à la température du local. Par conséquent, l'inox ayant une faible conductivité thermique, l'uniformité thermique de l'ensemble ne peut être assurée avec le niveau de précision requis.

2.2.3. Détermination de la masse molaire du gaz

La masse molaire d'un gaz est relativement simple à mesurer, si toutefois le nombre d'isotopes le composant est restreint. Le gaz choisi au NIST, l'argon, sous sa forme commerciale, est composé de trois isotopes (Ar^{36} , Ar^{38} et Ar^{40}), ce qui rend sa masse molaire délicate à déterminer avec une faible incertitude. Il est toutefois possible de trouver de l'argon-40 pur en bouteille, mais le procédé de fabrication est très délicat, ce qui rend de telles bouteilles rares et onéreuses. Ainsi, une expérience unique a-t-elle été effectuée avec de l'argon-40 pur, dans le but de déterminer des termes correctifs *a posteriori* sur les résultats de mesure obtenus avec de l'argon commercial.

Par ailleurs, le choix de l'argon pose également problème pour le calcul des corrections acoustique (§ 2.2.5). En effet, ces corrections sont calculées à partir de propriétés thermophysiques du gaz utilisé (vitesse du son, viscosité, diffusivité thermiques...), propriétés

uniquement connues de manière empirique pour l'argon, ce qui entraîne des incertitudes plus élevées sur les termes correctifs acoustiques.

2.2.4. Détermination du volume de la cavité

Le volume de la sphère est déterminé par pesées successives de cette sphère, d'abord vide puis remplie avec du mercure de masse volumique connue. Cette méthode présente trois inconvénients majeurs :

- Il est difficile de se procurer du mercure de masse volumique connue avec une incertitude relative inférieure à $1 \cdot 10^{-6}$ et il faut dans tous les cas se ramener à la masse volumique du mercure déterminée par Cook [10-12], ce qui implique l'usage de fonctions de passage et augmente l'incertitude ;
- Le remplissage de la cavité par le mercure (masse volumique élevée) déforme celle-ci d'une manière non contrôlée ;
- Le nettoyage de la cavité après remplissage est difficile et il subsiste toujours un risque d'y laisser des traces de mercure.

2.2.5. Prise en compte des perturbations acoustiques

Le modèle théorique mise au point pour la détermination de k en 1988 repose sur les équations fondamentales de l'acoustique en fluide dissipatif [13-16] pour le champ acoustique dans la cavité, en régime harmonique, la fréquence du signal émis par la source étant une fréquence de résonance du système. Ce modèle repose sur l'hypothèse que le champ acoustique, excité à la fréquence de résonance d'un mode sphérique, a une répartition spatiale imposée par ce mode uniquement (couplages intermodaux négligés). Ainsi, travaillant exclusivement à des fréquences de résonance, le champ acoustique est supposé de forme connue.

La perturbation principale agissant sur le champ acoustique, et ainsi sur les propriétés de résonance acoustique de la cavité (fréquences de résonance et largeurs à mi-hauteur) est due aux effets visqueux et thermiques, en particulier dans les couches limites, mais aussi (pour une moindre part) dans le volume de la cavité. Ces effets ne sauraient être négligés, leur contribution dans les propriétés de résonance (fréquences de résonance et largeurs à mi-hauteur) des premiers modes radiaux pouvant atteindre $4 \cdot 10^{-4}$ en valeurs relatives. L'influence de ces effets visqueux et thermiques est calculée à l'ordre le plus bas, et tient compte de la conductivité thermique de la paroi (paroi non isotherme) [17] et des vibrations de la coque, entraînée par les mouvements de compressions et détentes du gaz. Ces deux phénomènes sont pris en compte dans le calcul des corrections par des termes déterminés empiriquement.

L'effet des transducteurs acoustiques en paroi du résonateur est également déterminé dans l'étude théorique menée au NIST d'après un modèle simplifié de microphone électrostatique. Toutefois, les termes correctifs résultant étant très petits (contribution inférieure à $0,9 \cdot 10^{-6}$ en valeur relative) devant ceux dus aux effets

visqueux et thermiques, ils sont négligés pour la détermination de k .

Cette étude théorique repose sur l'hypothèse que toutes les perturbations agissent indépendamment les unes des autres, ce qui implique que les couplages entre ces différentes perturbations, et les couplages intermodaux résultants sont négligés. Les différences entre les valeurs de largeurs à mi-hauteur expérimentales et calculées d'après ce modèle sont inférieures à $3 \cdot 10^{-6}$ (valeurs relatives) et semblent tendre vers zéro à pression statique nulle. Ainsi, le modèle semble décrire correctement la réalité physique, tout du moins en basses pressions et sur le cas pratique étudié au NIST.

3. Expérience réalisée au LNE-INM/Cnam

3.1. Choix pratiques

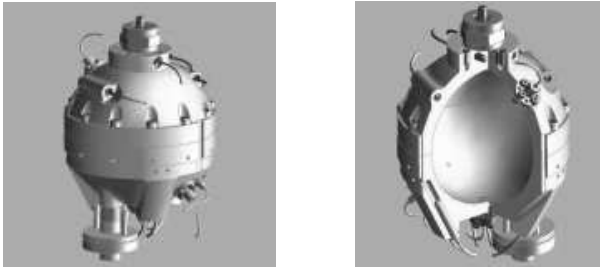


Fig. 1. – Plan d'un résonateur quasi-sphérique conçu au LNE-INM/Cnam.

Le matériau choisi pour la réalisation du résonateur acoustique est le cuivre pour sa grande conductivité thermique. Comme par le passé, la température choisie pour l'expérience est celle du point triple de l'eau (§ 3.2).

Dans cette expérience, le gaz utilisé est de l'hélium, car, contrairement à l'argon, toutes ses propriétés thermophysiques sont calculées *ab initio*, et sa masse atomique est connue avec une faible incertitude. Le contrôle fin de la pureté du gaz fait l'objet du § 3.3.

La forme du résonateur est choisie ici quasi sphérique (ellipsoïde triaxiale) afin de faciliter la mesure du volume par mesure de fréquences de résonances électromagnétiques (cf. § 3.4) tout en conservant des facteurs de qualité aussi élevés que pour une géométrie sphérique.

3.2. Uniformité et stabilité du champ de température du résonateur

3.2.1. Le thermostat

Le résonateur acoustique en cuivre est placé dans un thermostat (fig. 2) qui permet de stabiliser la température à mieux que 0,1 mK [18].

Le cuivre présente une plus grande élasticité mécanique que l'inox [19]. Cependant, le défaut de reproductibilité de l'élasticité mécanique n'est pas un facteur limitant dans ce projet [1]. Dans le cadre de

l'expérience réalisée au LNE-INM/Cnam, une homogénéité thermique inférieure à 50 μ K est attendue.

La cartographie thermique du résonateur doit être effectuée à l'aide de plusieurs thermomètres de type capsule étalonnés au point triple de l'eau. Cependant, l'obtention d'une incertitude relative inférieure à $1 \cdot 10^{-6}$ en terme de stabilité sur une année est une gageure, et les expériences décrites ici sont prévues sur plusieurs années. Il est donc nécessaire d'inclure dans le dispositif de mesure un système permettant de ré-étalonner régulièrement *in situ* tous les thermomètres.

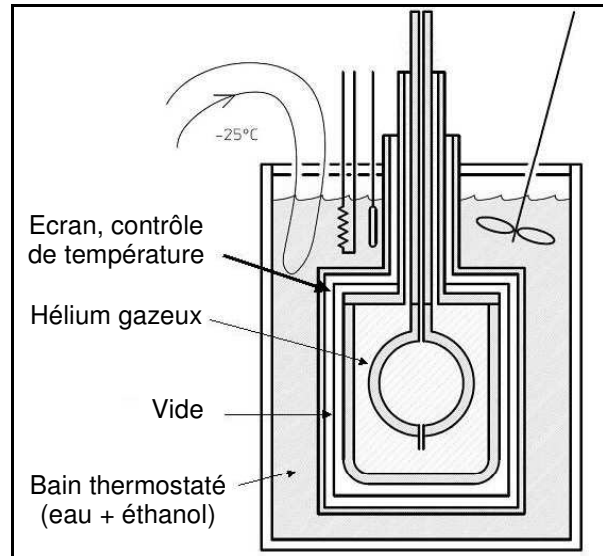


Fig. 2. – Schéma de principe du thermostat utilisé au LNE-INM/Cnam.

3.2.2. Cellule métallique au point triple de l'eau

Les cellules en verre actuellement utilisées pour la matérialisation du point triple de l'eau ne permettent pas de connaître l'évolution de leur température en fonction de la fraction de glace fondue. Une cellule métallique (fig. 3a) permet la réalisation du point triple de l'eau avec des techniques de calorimétrie adiabatique (contrôle de la transition de phase par envois discrets d'énergie), et d'avoir accès à la température en fonction du pourcentage de liquide formé.

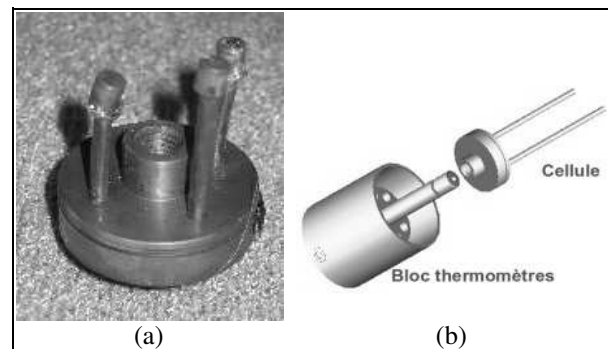


Fig. 3. – (a) Premier prototype de cellule métallique (cuivre) au point triple de l'eau réalisé au LNE-INM/Cnam ; (b) Schéma de la cellule avec le bloc pour loger les thermomètres.

Cette cellule, associée à un bloc de comparaison (fig. 3b), permet l'étalonnage simultané de plusieurs thermomètres de type capsule, contrairement aux cellules classiques en verre, qui ne sont pas conçues pour étalonner ce type de thermomètres et qui nécessitent des adaptations pouvant endommager le thermomètre ou dégrader l'incertitude de mesure.

Le LNE-INM/Cnam a mis au point dans les années 1980 des techniques pour la réalisation de cellules métalliques en cuivre pour le point triple de l'eau et des prototypes ont été réalisés. Ces techniques ont été reprises et un nouveau prototype a été conçu, réalisé et rempli en fin d'année 2006 (fig. 3a).

La reproductibilité à court terme des étalonnages réalisés jusqu'à présent avec une cellule métallique est de l'ordre de 0,2 mK, dispersion due principalement aux caractéristiques du cryostat utilisé pour ces mesures. A moyen terme, la dérive observée de la température de la transition de phase, probablement due à la présence d'impuretés dans l'eau, est de l'ordre de 35 μ K/mois (fig. 4), ce qui demeure très satisfaisant pour un premier prototype et pourra être amélioré lors de la réalisation de nouvelles cellules métalliques.

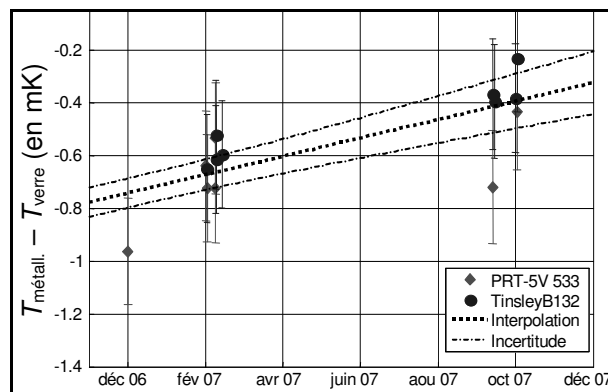


Fig. 4. – Comparaison des résultats de mesures de température obtenus avec une cellule métallique et une cellule en verre au point triple de l'eau.

A terme, il est prévu d'implanter une telle cellule sur la cavité (fig. 1) qui servirait de référence pour un étalonnage périodique des thermomètres au cours de l'expérience.

3.3. Détermination de la masse molaire du gaz

L'usage d'un gaz léger tel que l'hélium (ici, très majoritairement l'isotope 4) rend les résultats de mesure de vitesse du son sensibles à la présence d'impuretés de masses différentes, ce qui impose un contrôle très fin de sa pureté.

Ainsi, un débit constant et continu d'hélium pur circule dans la sphère, ce qui permet de minimiser les effets de dégazage de la surface [19]. L'obtention du gaz pur se fait à partir d'un hélium de qualité 5N qui passe dans un piège à hélium liquide (fig. 5). Cette technique permet de condenser tous les autres gaz à l'exception d'un autre isotope de l'hélium, l'hélium-3, sachant cependant que la

concentration relative de l'hélium-3 dans l'hélium-4 est inférieure à $1,3 \cdot 10^{-6}$ et que son effet reste négligeable dans ce cas.

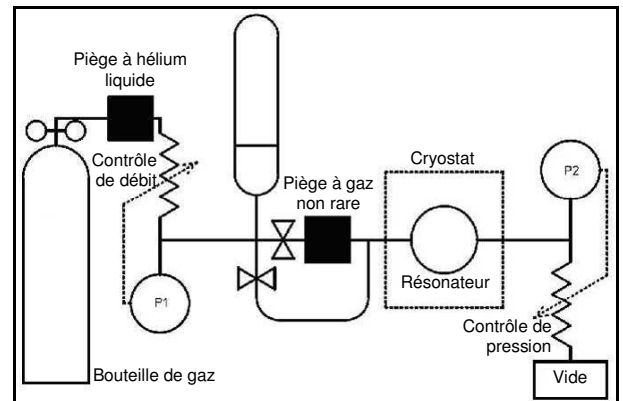


Fig. 5. – Système de purification du gaz hélium utilisé au LNE-INM/Cnam.

Il est prévu, par la suite, de valider la mesure de la masse molaire du gaz utilisé en faisant la même expérience avec de l'argon et en vérifiant que le rapport des masses molaires $M_{\text{Hc}}/M_{\text{Ar}}$ est bien celui attendu. Pour les raisons évoquées au § 2.2.3, il faudra disposer d'argon-40 pur pour effectuer une validation pertinente.

3.4. Détermination du volume du résonateur

L'estimation du volume du résonateur avec une incertitude relative inférieure à $1 \cdot 10^{-6}$ est une des difficultés majeures. La technique utilisée il y a vingt ans au NIST ne peut pas être employée ici en raison de l'incompatibilité des matériaux (cuivre / mercure). Deux autres méthodes pour la mesure du volume du résonateur quasi sphérique sont retenues dans le cadre de ce projet : la cartographie tridimensionnelle et la mesure de fréquences de résonance électromagnétiques.

3.4.1. Cartographie tridimensionnelle

Le résonateur est composé de deux demi-coques ajustées de manière à former une cavité quasi sphérique (cf. § 3.4.2). Les surfaces internes de ces deux hémisphères peuvent être cartographiées selon une méthode analogue à celle entreprise par May et al. [21]. Des mesures directes de la température de la sphère pendant la cartographie doivent également être faites. Ceci permet de déterminer les positions relatives des surfaces hémisphériques internes. Les résultats des mesures tridimensionnelles, exprimés en coordonnées sphériques (r, θ, φ), de la surface interne du résonateur sont ensuite développés sur la base des harmoniques sphériques $Y_l(\theta, \varphi)$ [21] :

$$r(\theta, \varphi) = a_{\text{eq}} \left[1 - \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=l}^l c_{ln} Y_{ln}(\theta, \varphi) \right], \quad (6)$$

où a_{eq} est le rayon d'une sphère de volume équivalent et les coefficients c_{ln} sont les coefficients du développement sur la base des harmoniques sphériques caractérisant

l'écart de la cavité par rapport à une forme sphérique parfaite.

Cette méthode de mesure a déjà permis de mettre en évidence des défauts dans la forme d'un résonateur réalisé pour le LNE-INM/Cnam (fig. 6).

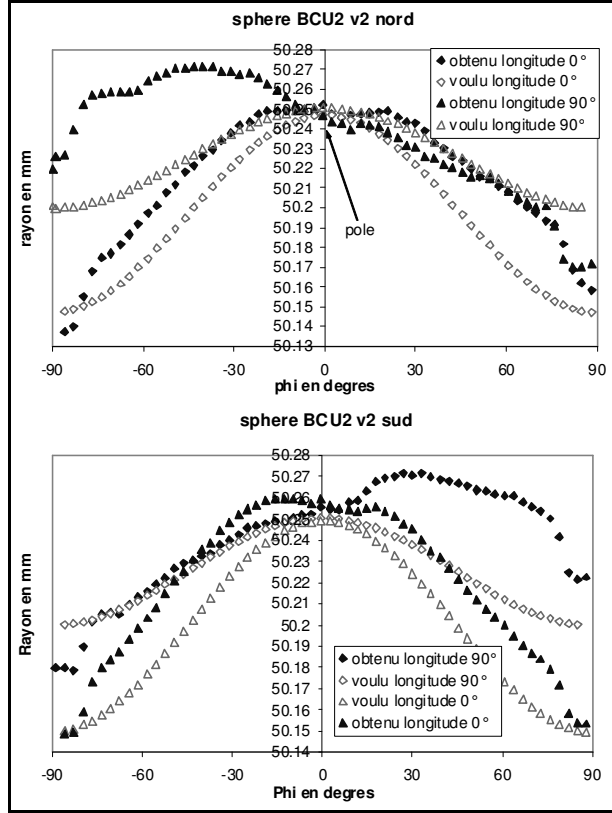


Fig. 6. – Cartographies tridimensionnelles de deux sections d'un résonateur acoustique.

Cependant, il convient de noter qu'une cartographie tridimensionnelle ne permet pas de déterminer la forme et le volume exacts du résonateur assemblé compte tenu des forces statiques exercées en paroi lors de l'assemblage, dans les conditions de pression et de température de l'expérience. Une autre méthode de mesure du volume, reposant sur la mesure de fréquences de résonance électromagnétiques, est donc employée ici en parallèle des mesures acoustiques.

3.4.2. Mesure de fréquences de résonance électromagnétiques

Le rayon a d'une cavité parfaitement sphérique aux parois infiniment conductrices électriquement dans le vide peut être relié à la vitesse de la lumière c_0 (valeur fixée) et à la fréquence de résonance électromagnétique f_{ln}^{em0} de cette cavité « idéale », associée à z_{ln}^{em} , n^e racine de $j_l(z) - z j_l'(z) = 0$ ou de $j_l(z) = 0$ (selon le type de mode) par la relation suivante :

$$a = \frac{c_0}{2\pi} \frac{z_{ln}^{em}}{f_{ln}^{em0}} \quad (7)$$

Il est donc théoriquement possible d'accéder au rayon d'une cavité sphérique par la mesure de ses fréquences de résonance électromagnétique. Cependant, en pratique, il n'est pas possible de réaliser une cavité parfaitement sphérique, ce qui pose problème pour la mesure de fréquences de résonance électromagnétiques de modes plusieurs fois dégénérés. Ainsi, il a été choisi d'introduire volontairement des défauts de symétrie dans les résonateurs réalisés pour l'expérience du LNE-INM/Cnam, afin de lever les dégénérescences de modes électromagnétiques, ce qui a pour effet de porter l'incertitude relative sur la mesure des fréquences de résonance électromagnétique à 10^{-9} . La cavité ainsi déformée de ε_1 et ε_2 et dans deux directions est un ellipsoïde triaxial, décrit en coordonnées cartésiennes (x, y, z) par l'équation suivante :

$$\frac{x^2}{(1 + \varepsilon_2)^2} + y^2 + \frac{z^2}{(1 + \varepsilon_1)^2} = \frac{a^2}{(1 + \varepsilon_1)^2 (1 + \varepsilon_2)^2} \quad (8)$$

Les différents écarts aux conditions de propagation « idéales » (défauts de sphéricité volontaires, présence de transducteurs acoustiques et électromagnétiques, conductivité électrique finie de la paroi) imposent, de même que pour les mesures acoustiques, d'appliquer aux fréquences de résonance électromagnétiques mesurées f_{ln}^{em} , un terme correctif Δf_{ln}^{em} issu de la modélisation du champ électromagnétique. Ainsi, l'équation (7) prend la forme suivante pour le rayon a_{eq} d'une sphère, de volume équivalent à celui du résonateur rempli d'hélium à la pression statique P et à la température T [20, 21] :

$$a_{eq} = \frac{c_0}{2\pi\sqrt{\varepsilon_{He}(P, T)}} \cdot \frac{z_{ln}^{em}}{\langle f_{ln}^{em} + \Delta f_{ln}^{em} \rangle} \quad (9)$$

où ε_{He} est la permittivité électrique de l'hélium.

En reprenant l'équation (5), on obtient alors

$$k = \left\langle \frac{3}{5} \frac{mc_0^2}{T} \left(\frac{z_{ln}^{em}}{z_{ln}^{ac}} \right)^2 \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{f_{ln}^{ac} + \Delta f_{ln}^{ac}}{f_{ln}^{em} + \Delta f_{ln}^{em}} \right)^2 \right\rangle \quad (10)$$

May et al [21] donnent les relations, à l'ordre 1, des petites déformations entre le rayon a_{eq} , les coefficients c_{ln} (éq. 6), et les fréquences de résonance électromagnétiques dans une cavité quasi sphérique. Cependant, il apparaît qu'un développement à l'ordre 1 est insuffisant compte tenu des déformations de la cavité utilisée ici et du niveau d'exactitude à atteindre. Un modèle à l'ordre 2 a été mis au point récemment par Mehl (communication privée) en collaboration étroite avec le LNE-INM/Cnam. Les termes correctifs déduits de ce modèle et appliqués aux fréquences de résonance mesurées pour différents modes électromagnétiques conduisent à des valeurs pour le rayon moyen de la cavité qui présentent une bonne cohérence : elles ne diffèrent pas entre elles de plus de $0,2 \mu m$ (fig. 7), excepté pour le premier mode considéré (étude en cours).

A l'heure actuelle, les résultats de mesure de volume obtenus avec les deux méthodes présentent un bon accord. Cependant, l'incertitude relative sur le volume obtenue par cartographie tridimensionnelle ($17 \cdot 10^{-6}$) est nettement

supérieure à celle obtenue par les mesures électromagnétiques ($0,85 \cdot 10^{-6}$). Il conviendra donc par la suite d'utiliser une machine à coordonnées tridimensionnelles plus précise afin d'affiner ces résultats et de comparer les deux méthodes de mesure de volume de manière plus pertinente.

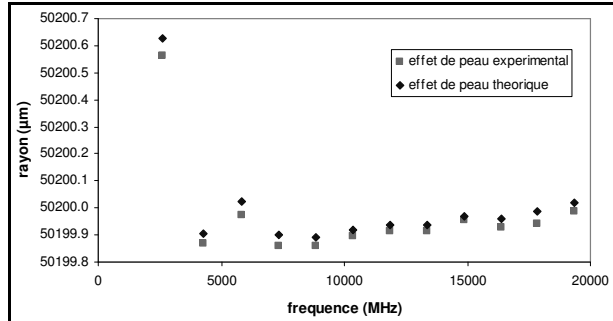


Fig. 7. – Rayons équivalents de la quasi sphère actuellement utilisée au LNE-INM/Cnam obtenus à partir des 6 premiers modes $TM_{1,n}$ et des 6 premiers modes $TE_{1,n}$.

3.5. Modélisation et validation des corrections acoustiques

3.5.1. Modèle global du champ de pression dans le résonateur

Concernant la modélisation du champ acoustique dans le résonateur, l'objectif de l'étude en cours au LNE-INM/Cnam en collaboration avec le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM) est de reprendre les modèles existants sur la base des équations fondamentales de l'acoustique [13, 14, 22], ceci afin de modéliser chaque source de perturbation du champ acoustique à un ordre plus élevé que celui retenu jusqu'à présent et d'intégrer toutes ces perturbations dans un formalisme unique tenant compte des différents couplages résultants et des interactions entre ces perturbations.

Le champ acoustique $p(\vec{r}, \omega)$ au point l'espace \vec{r} , (r, θ, φ) en coordonnées sphériques, et excité par la source à la pulsation ω doit satisfaire à l'équation de propagation dans le domaine quasi sphérique D , et à la condition aux frontières sur la paroi (surface non uniforme S) :

$$(\Delta + k_{ac}^2)p(\vec{r}, \omega) = 0, \quad \vec{r} \in D, \quad (11a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial n} + jk_{ac}\beta(\vec{r}) \right) p(\vec{r}, \omega) = \sigma(\vec{r}), \quad \vec{r} \in S, \quad (11b)$$

où Δ est le laplacien, n est la normale à la paroi, le nombre d'onde complexe k_{ac} inclut les effets visqueux et thermiques dans le volume, l'admittance spécifique de paroi $\beta(\vec{r})$ l'absorption et la réaction de la paroi et $\sigma(\vec{r})$ est l'effet de la source acoustique en paroi.

Le problème (11a, 11b) est résolu pour la pression acoustique par intégration sur le domaine quasi sphérique, en faisant usage du théorème de Green et en écrivant le champ de pression sous la forme d'un développement sur la base des fonctions propres sphériques $\Psi_m(\vec{r})$,

satisfaisant à des conditions de Neumann à la frontière du domaine sphérique.

$$p(\vec{r}, \omega) = \sum_m p_m(\omega) \Psi_m(\vec{r}), \quad (12)$$

où les coefficients du développement $p_m(\omega)$ incluent toutes les perturbations interagissant sur le champ acoustique dans le résonateur.

Dans un premier temps, ce modèle est appliqué à la configuration pratique la plus simple déjà mise en œuvre : le résonateur acoustique utilisé au NIST pour la précédente détermination de k en 1988. A ce jour, ce résonateur est le seul dont la forme se rapproche le plus d'une sphère parfaite, les seules discontinuités significatives en paroi étant les transducteurs acoustiques (microphones électrostatiques). Les termes correctifs Δf_{in}^{ac} obtenus d'après le modèle présenté ici sont comparés avec les termes correctifs calculés il y a vingt ans, dans lesquels les effets de couplages sont négligés (fig. 8).

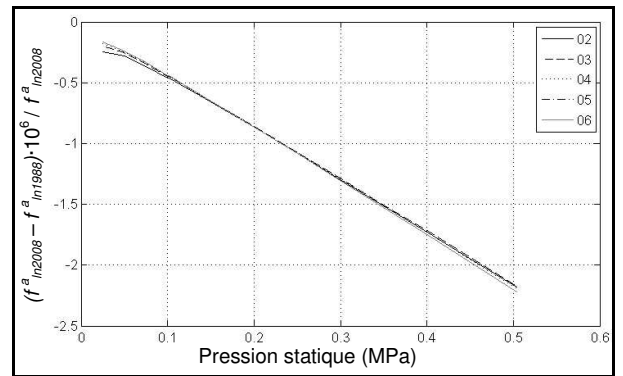


Fig. 8. – Ecarts relatifs entre les fréquences de résonance acoustiques théoriques d'une cavité sphérique remplie d'argon à $T = 273,16$ K déterminées d'après le modèle présenté ici (2008) et celui utilisé au NIST (1988), pour les cinq premiers modes radiaux de la cavité sphérique.

Le graphique de la figure 8 montre que l'effet des couplages dus aux perturbations dans la cavité sphérique n'a qu'une faible contribution à l'extrapolation à pression nulle des termes correctifs à appliquer sur les fréquences de résonance. Ceci qui semble valider les travaux précédents pour la prise en compte, dans le calcul des fréquences de résonance, des perturbations acoustiques dans une sphère. Cette concordance devra également être vérifiée par comparaison des largeurs à mi-hauteur obtenues expérimentalement en 1988 et pour chacun des deux modèles. Il n'est cependant pas à exclure que les effets dus aux écarts à la sphéricité parfaite que présentent les résonateurs utilisés au LNE-INM/Cnam, couplés aux autres perturbations agissant sur le champ acoustique, n'entraînent des couplages intermodaux plus importants. Par ailleurs, il faudra s'assurer que le niveau de précision avec lequel sont modélisées chacune de ces perturbations est suffisant compte tenu de la faible incertitude relative qui est visée ici. Certaines de ces perturbations, en particulier les effets visqueux et thermiques qui sont les

effets acoustiques prépondérants dans le résonateur, devront ainsi être modélisées à un ordre supérieur que celui retenu actuellement.

Enfin, même si les couplages intermodaux semblent, dans le cas traité ici, avoir peu d'influence sur les fréquences de résonance acoustiques de la cavité, les cartographies du champ acoustique fig. 9 montrent que ceux-ci ont une influence non négligeable sur sa répartition spatiale. En effet, excitant la cavité à la fréquence de résonance d'un mode radial, en l'absence de couplages intermodaux, le champ acoustique devrait être uniforme sur la paroi, ce qui n'est pas le cas ici.

Il peut être intéressant d'utiliser ce modèle pour simuler et prédire la forme du champ acoustique dans différentes configurations particulières (rayon moyen de la cavité, amplitude des écarts à la sphéricité, position des transducteurs acoustiques, électromagnétiques, des tubes d'arrivée et sortie de gaz...) afin de déterminer des dimensions pour le résonateur et des positions optimales pour les éléments nécessaires à la mesure qui doivent être positionnés en paroi. Ainsi, la modélisation analytique pourrait également apporter une aide à la conception et à l'optimisation d'un prochain résonateur quasi sphérique qui doit être réalisé pour le LNE-INM/Cnam.

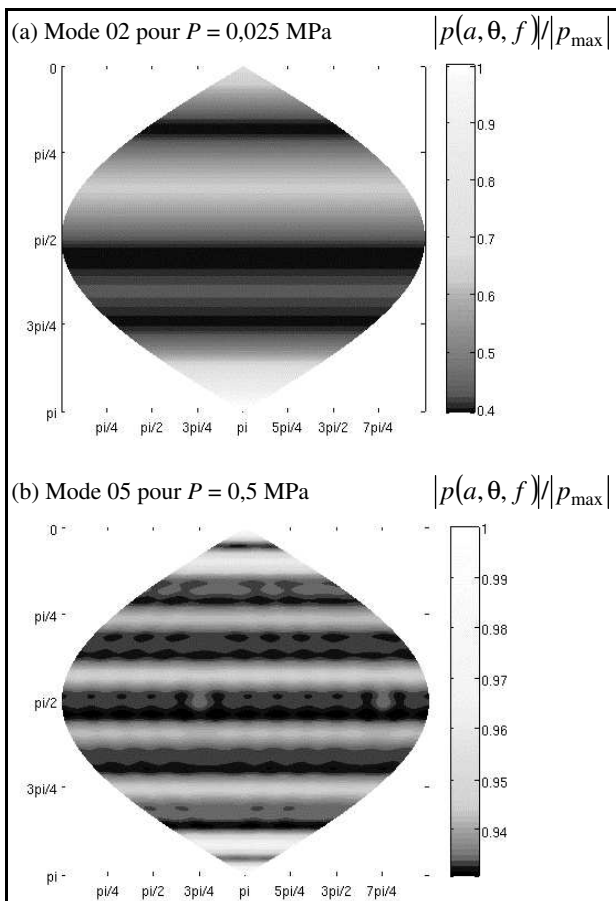


Fig. 9. – Amplitude du champ acoustique normalisé au niveau de la source (positionnée sur le pôle sud) en paroi de la cavité sphérique lorsque la source émet un signal harmonique à la fréquence de résonance des modes 02 (a) et 05 (b) aux pressions statiques indiquées.

3.5.2. Étude des transducteurs acoustiques

Il est apparu expérimentalement que la connaissance et la compréhension des transducteurs actuellement utilisés pour générer et mesurer le champ acoustique dans le résonateur (microphones électrostatiques) est encore à améliorer car elle est encore trop restreinte et pourrait devenir un des facteurs limitants de l'expérience.

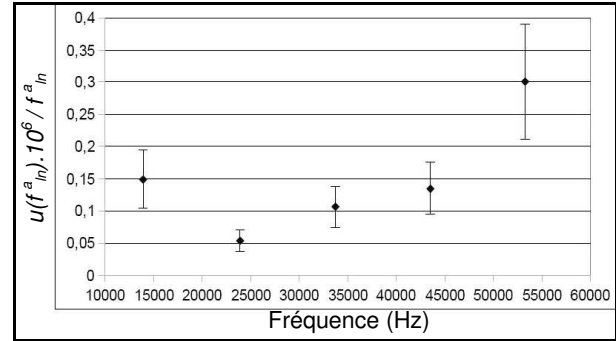


Fig. 10. – Incertitudes relatives sur la mesure des fréquences de résonance des modes radiaux de 02 à 06.

En effet, si ceux-ci sont bien caractérisés dans des conditions atmosphériques, leur comportement est assez mal connu dans les conditions particulières de gaz, pression et température utilisés ici. Des études (majoritairement expérimentales) ont déjà été effectuées par le passé afin de déterminer l'influence des conditions de pression, de température et de composition gazeuse sur les caractéristiques des microphones électrostatiques [23, 24]. Elles ne sont toutefois pas adaptées aux cas considérés ici car trop restrictives dans les gammes de pressions statiques et dans le choix des gaz. Une étude théorique et expérimentale est donc actuellement engagée en collaboration avec l'INRiM afin de déterminer finement l'influence du gaz, de la pression et de la température sur le comportement de ces microphones.

4. Bilan d'incertitudes provisoire

Le premier bilan partiel d'incertitudes (tableau 1) met en lumière l'apport des différentes améliorations de l'expérience mise en œuvre au LNE-INM/Cnam par rapport à l'expérience du NIST :

- Le choix de l'hélium au lieu de l'argon mono-isotopique comme gaz, s'il complique le dispositif expérimental, permet une meilleure détermination de la masse molaire ;
- La mesure du volume par la mesure de fréquences de résonance électromagnétiques de la cavité donne des résultats cohérents pour 11 modes différents, ce qui valide la modélisation à l'ordre deux élaborée par Mehl pour une cavité quasi sphérique ;
- L'extrapolation à pression statique nulle des vitesses du son obtenues à partir des fréquences de résonance acoustiques de quatre modes radiaux différents donne des résultats extrêmement proches.

De plus, d'autres paramètres ont été introduits dans le bilan des incertitudes par rapport au NIST. La reproductibilité de la méthode de mesure est actuellement à l'étude. Deux mesures isothermes ont été faites avec des puretés différentes pour l'hélium gazeux et des excitations différentes pour les microphones. La différence entre les deux déterminations est de $1,1 \cdot 10^{-6}$ en valeur relative. Ce bon résultat est en cours d'étude pour comprendre d'où vient cette différence.

Tableau 1

Bilan des incertitudes relatives sur la détermination de k (facteur d'élargissement égal à 1, multiplié par 10^6). Le X représente l'incertitude encore inconnue sur les corrections dues à l'effet des antennes micro-ondes.

	NIST 1988	INM sept. 2007	INM déc. 2007
(Volume) ^{2/3}	0,80	$(X^2 + 2,53^2)^{1/2}$	$(X^2 + 1,74^2)^{1/2}$
Température	0,89	1,00	1,00
Masse molaire	0,80	0,24	0,24
Extrapolation à pression nulle $(f_n + \Delta f_n)^2$	0,92	1,39	1,46
Effet du microphone	n. d.	n. d.	n. d.
Reproductibilité	n. d.	n. d.	1,10
Somme quadratique	1,7	> 3	> 3

n. d. : non déterminé.

Par ailleurs, une étude de l'effet des transducteurs acoustiques (microphones électrostatiques) en paroi de la cavité est actuellement en cours. Une autre étude spécifique est aussi en cours pour déterminer l'effet de l'antenne micro-ondes sur la détermination du volume de la cavité, effet encore mal évalué (figuré par un X dans le bilan, tableau 1).

L'analyse des résultats montre que l'une des principales limitations de la méthode acoustique utilisée ici est la réalisation d'un résonateur quasi sphérique ayant une forme exacte adaptée à l'utilisation des modèles acoustiques et électromagnétiques utilisés (ellipsoïde triaxial). Ainsi, est-il prévu en 2008 d'effectuer des mesures sur une autre sphère de volume nominal de $0,5 \text{ dm}^3$ dont la forme est plus proche de celle souhaitée.

L'analyse du bilan d'incertitudes montre enfin qu'en utilisant un résonateur quasi sphérique de plus grand diamètre, l'incertitude devrait être réduite. L'usage d'un tel outil doit permettre d'accéder à une valeur de la constante de Boltzmann avec une incertitude relative de $1 \cdot 10^{-6}$.

5. Conclusion

Ce projet, visant à re-déterminer la constante de Boltzmann, fait appel à des méthodes et techniques relevant de sept domaines différents : mesures de températures, mesures de pressions, mesures dimensionnelles, acoustique, propriétés thermophysiques de gaz, électromagnétisme. Dans certains domaines, atteindre l'incertitude requise sur les différents paramètres

demande l'utilisation d'équipements au plus haut niveau de réalisation.

Ce projet aboutira à une meilleure compréhension du résonateur acoustique sphérique et quasi sphérique et, une fois l'étude terminée, à une meilleure mise en pratique de l'échelle de température thermodynamique sur un très large domaine de températures au LNE-INM/Cnam : de 4 K à 273 K dans un premier temps, puis de 1 K à 700 K, à l'aide cette fois-ci du thermomètre acoustique.

La mesure des propriétés de résonance acoustiques de gaz en cavités permet aussi d'accéder à une mesure fine de certains paramètres caractéristiques de ce gaz. Des expériences en résonateurs acoustiques sur ce principe ont été déjà réalisées par le passé pour déterminer la neutralité électrique de la matière [25, 26] (problème fondamental dans certains domaines de la physique) et le coefficient de viscosité de gaz [27] (forte demande des industriels de la micro-électronique en particulier). D'autres études expérimentales, qui reposent toujours sur des mesures acoustiques en cavité, peuvent être mises en œuvre pour déterminer d'autres propriétés physiques de gaz (paramètres de relaxation, coefficient de diffusion thermique...). C'est la reproductibilité des mesures, le contrôle des conditions expérimentales, la modélisation fine des champs acoustiques et plus généralement des dispositifs de mesure, ainsi que la capacité des acteurs à maîtriser ensemble tous les aspects des études (du fait en particulier que la modélisation est aussi bien une aide à la conception et à l'optimisation des expériences qu'à l'évaluation des incertitudes), qui dicteront les applications pouvant être envisagées.

Références

- [1] MOLDOVER M.R., TRUSLER J.P., EDWARDS T.J., MEHL J.B. et DAVIS R.S., "Measurement of the universal gas constant R using a spherical acoustic resonator", *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **93**, 1988, 85-144.
- [2] Résolution 3, *10^e Conférence générale des poids et mesures*, 1954.
- [3] Résolution 12, *11^e Conférence générale des poids et mesures*, 1960.
- [4] Résolution 7, *11^e Conférence générale des poids et mesures*, 1999.
- [5] Résolution 5, *20^e Conférence générale des poids et mesures*, 1995.
- [6] Résolution 1, *17^e Conférence générale des poids et mesures*, 1983.
- [7] QUINN T.J., COLELOUGH A.R. et CHANDLER T.R.D., "A new determination of the gas constant by an acoustic method", *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, **A238**, 1976, 367.
- [8] MOHR P.J. et TAYLOR B.N., "CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2002", *Rev. Mod. Phys.*, **77**, 2005, 1-108.
- [9] Projet LNE, « Nouvelle détermination de la constante de Boltzmann : vers une redéfinition du kelvin », octobre 2005.

- [10] COOK A.H. et Stone N.W.B., "Precise measurements of the density of mercury at 20 °C I. Absolute displacement method", *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, **A250**, 1957, 279.
- [11] COOK A. H., "Precise measurements of the density of mercury at 20 °C II. Content method", *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, **A254**, 1961, 125.
- [12] COOK A.H., "The expansion of mercury and fused silica between 0 and 300 °C", *Brit. J. Appl. Phys.*, **1**, 1956, 285.
- [13] RAYLEIGH J.W.S., "Theory of Sound", *Dover*, 2nd éd., 1945.
- [14] MORSE P.M. et INGARD K.U., "Theoretical acoustics", *McGraw-Hill*, New York, 1968.
- [16] MOLDOVER M.R., MEHL J.B. et GREENSPAN M., "Gas-filled spherical resonators: theory and experiment", *J. Acoust. Soc. Am.*, **79**, 1986, 253.
- [17] EWING M.B., MCGLASHAN M.L. et TRUSLER J.P.M., "The temperature jump effect and the theory of the thermal boundary layer for a spherical resonator. Speed of sound in argon at 273.16 K", *Metrologia*, **22**, 1986, 93.
- [18] PITRE L., GUIANVARC'H C., SPARASCI F., RICHARD A. et TRUONG D., "Progress towards an acoustic/microwave determination of the Boltzmann constant at LNE-INM/Cnam: Progress Report", 10th *Tempmeko*, Lake Louise, Canada, 21-25 mai 2007, *Int. J. Thermophys.*, **29**, 5, 2008, 1730-1739.
- [19] PITRE L., MOLDOVER M.R. et TEW W.L., "Acoustic thermometry: new results from 273 K to 77 K and progress towards 4 K", *Metrologia*, **43**, 2006, 142-162.
- [20] SPARASCI F., PITRE L. et HERMIER Y., "Realization of the triple point of water in metallic sealed cells at the LNE-INM/Cnam: A Progress Report", 10th *Tempmeko*, Lake Louise, Canada, 21-25 mai 2007, *Int. J. Thermophys.*, **29**, 3, 2008, 825-835.
- [21] MAY E.F., PITRE L., MEHL J.B., MOLDOVER M.R. et SCHMIDT J.W., "Quasi-spherical cavity resonators for metrology based on the relative dielectric permittivity of gases", *Rev. Sci. Instr.*, **75**, 3307.
- [22] BRUNEAU M., « Manuel d'acoustique fondamentale », Hermès, Paris, 1998.
- [23] THOMAS W.G., PRESLAR M.J. et FARMER J.C., "Calibration of condenser microphones under increased atmospheric pressure", *J. Acoust. Soc. Am.*, **51**, 1972, 6.
- [24] RASMUSSEN K., "The static pressure and temperature coefficients of laboratory standard microphones", *Metrologia*, **36**, 1999, 265-273.
- [25] DYLLA H.F. et KING J.G., « Neutrality of molecules by a new method », *Physical Review*, **A 7**, 1973, 1224-1229.
- [26] UNNIKRISSNAN C.S. et GILLIES G.T., "The electrical neutrality of atoms and of bulk matter", *Metrologia*, **41**, 2004, S125-S135.
- [27] GILLIS K.A., MEHL J.B., MOLDOVER M.R., "Theory of the Greenspan viscometer", *J. Acoust. Soc. Am.*, **114**, 2003, 166-173.

Article reçu le 13 mars 2008 ; version révisée reçue le 8 décembre 2008.